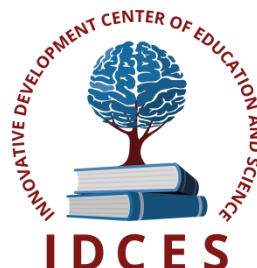


**ИННОВАЦИОННЫЙ ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**  
**INNOVATIVE DEVELOPMENT CENTER OF EDUCATION AND SCIENCE**



## **АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ СОВРЕМЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

### **Выпуск II**

**Сборник научных трудов по итогам  
международной научно-практической конференции  
(12 марта 2015г.)**

**г. Екатеринбург  
2015 г.**

**Актуальные вопросы современных математических и естественных наук** / Сборник научных трудов по итогам международной научно-практической конференции. № 2. Екатеринбург, 2015. 62 с.

**Редакционная коллегия:**

кандидат биологических наук Благодатнова Анастасия Геннадьевна (г.Новосибирск), кандидат физико-математических наук, доцент Казьмин Игорь Александрович (г.Ростов-на-Дону), кандидат физико-математических наук, доцент Кайракбаев Аят Крымович (г.Актобе), доктор физико-математических наук, профессор Каленский Александр Васильевич (г.Кемерово), кандидат биологических наук, доцент Корж Александр Павлович (г.Запорожье), доктор геолого-минералогических наук, профессор, академик РАН Лебедев Владимир Ильич (г.Кызыл), доктор биологических наук, профессор Лесовская Марина Игоревна (г.Красноярск), кандидат физико-математических наук, доцент Ловягин Юрий Никитич (г.Санкт-Петербург), кандидат физико-математических наук, член-корреспондент АИАН Лукин Александр Николаевич (г.Туапсе), кандидат биологических наук Малыгина Наталья Владимировна (г.Екатеринбург), кандидат физико-математических наук Матвеева Юлия Васильевна (г.Саратов), доктор химических наук, профессор Назарбекова Сауле Полатовна (г.Шымкент), доктор биологических наук, профессор Нурбаев Серик Долдашевич (г.Алматы), доктор биологических наук, профессор Околелова Анна Ароновна (г.Волгоград), кандидат физико-математических наук, доцент Седова Наталия Викторовна (г.Тамбов), кандидат биологических наук, профессор РАН Соловьева Анна Геннадьевна (г.Нижний Новгород), кандидат химических наук Туманов Владимир Евгеньевич (г.Черноголовка), кандидат физико-математических наук, доцент Чочиев Тимофей Захарович (г.Владикавказ), кандидат химических наук, профессор Шпейзер Григорий Моисеевич (г.Иркутск)

В сборнике научных трудов по итогам международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы современных математических и естественных наук» (г. Екатеринбург) представлены научные статьи, тезисы, сообщения аспирантов, соискателей ученых степеней, научных сотрудников, докторантов, преподавателей ВУЗов, студентов, практикующих специалистов в области естественных и математических наук Российской Федерации, а также коллег из стран ближнего и дальнего зарубежья.

Авторы опубликованных материалов несут ответственность за подбор и точность приведенных фактов, цитат, статистических данных, не подлежащих открытой публикации. Мнение редакционной коллегии может не совпадать с мнением авторов. Материалы размещены в сборнике в авторской правке.

Сборник включен в национальную информационно-аналитическую систему "Российский индекс научного цитирования" (РИНЦ).
---

## Оглавление

<b>ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.00.00).....</b>	<b>9</b>
<b>МАТЕМАТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.00) .....</b>	<b>9</b>
<b>СЕКЦИЯ №1.</b>	
<b>ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ</b>	
<b>(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.01) .....</b>	<b>9</b>
<b>СЕКЦИЯ №2.</b>	
<b>ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ОПТИМАЛЬНОЕ</b>	
<b>УПРАВЛЕНИЕ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.02) .....</b>	<b>9</b>
АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ КОЛЬЦА С ОСОБЫМИ ГРАНИЧНЫМИ	
ЛИНИЯМИ	
Турсунов Д.А., Эркебаев У.З.....	9
АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО	
ВОЗМУЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ С РЕГУЛЯРНОЙ ОСОБОЙ ЛИНИЕЙ	
Турсунов Д.А., Эркебаев У.З.....	12
ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ	
КОЭФФИЦИЕНТАМИ	
Тасболатова С.Т., Капасова А.Ж., Атамуратова Р.Ж. ....	15
<b>СЕКЦИЯ №3.</b>	
<b>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.03).....</b>	<b>17</b>
<b>СЕКЦИЯ №4.</b>	
<b>ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.04) .....</b>	<b>17</b>
<b>СЕКЦИЯ №5.</b>	
<b>ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА</b>	
<b>(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.05) .....</b>	<b>17</b>
<b>СЕКЦИЯ №6.</b>	
<b>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА, АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.06) .....</b>	<b>17</b>
К ВОПРОСАМ ЧИСЕЛ ФИБОНАЧЧИ И ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ	
Чупанов М.А., Чупанов А.М. ....	17
<b>СЕКЦИЯ №7.</b>	
<b>ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.07) .....</b>	<b>20</b>
<b>СЕКЦИЯ №8.</b>	
<b>ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА</b>	
<b>(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.09) .....</b>	<b>20</b>
<b>МЕХАНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.00) .....</b>	<b>20</b>
<b>СЕКЦИЯ №9.</b>	
<b>ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.01) .....</b>	<b>20</b>
<b>СЕКЦИЯ №10.</b>	
<b>МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.04) .....</b>	<b>20</b>
НАУКИ О МАТЕРИАЛАХ. ОТ АНТИЧНОСТИ ДО НАШИХ ДНЕЙ	
Башмаков Е.Г. ....	20
<b>СЕКЦИЯ №11.</b>	
<b>МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.05) .....</b>	<b>25</b>
<b>СЕКЦИЯ №12.</b>	
<b>ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ МАШИН, ПРИБОРОВ И АППАРАТУРЫ</b>	
<b>(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.06) .....</b>	<b>26</b>
<b>СЕКЦИЯ №13.</b>	
<b>БИОМЕХАНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.08).....</b>	<b>26</b>

<b>АСТРОНОМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.03.00) .....</b>	<b>26</b>
<b>СЕКЦИЯ №14.</b>	
<b>АСТРОМЕТРИЯ И НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.03.01) .....</b>	<b>26</b>
<b>СЕКЦИЯ №15.</b>	
<b>АСТРОФИЗИКА И ЗВЕЗДНАЯ АСТРОНОМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.03.02) .....</b>	<b>26</b>
<b>СЕКЦИЯ №16.</b>	
<b>ФИЗИКА СОЛНЦА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.03.03) .....</b>	<b>26</b>
<b>СЕКЦИЯ №17.</b>	
<b>ПЛАНЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.03.04).....</b>	<b>26</b>
<b>ФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.00).....</b>	<b>26</b>
<b>СЕКЦИЯ №18.</b>	
<b>ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.01).....</b>	<b>26</b>
<b>СЕКЦИЯ №19.</b>	
<b>ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.02).....</b>	<b>26</b>
<b>СЕКЦИЯ №20.</b>	
<b>РАДИОФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.03).....</b>	<b>26</b>
<b>СЕКЦИЯ №21.</b>	
<b>ФИЗИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.04) .....</b>	<b>26</b>
<b>СЕКЦИЯ №22.</b>	
<b>ОПТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.05).....</b>	<b>26</b>
<b>СЕКЦИЯ №23.</b>	
<b>АКУСТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.06) .....</b>	<b>27</b>
<b>СЕКЦИЯ №24.</b>	
<b>ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.07) .....</b>	<b>27</b>
<b>СЕКЦИЯ №25.</b>	
<b>ФИЗИКА ПЛАЗМЫ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.08) .....</b>	<b>27</b>
<b>СЕКЦИЯ №26.</b>	
<b>ФИЗИКА НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.09).....</b>	<b>27</b>
<b>СЕКЦИЯ №27.</b>	
<b>ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.10) .....</b>	<b>27</b>
<b>СЕКЦИЯ №28.</b>	
<b>ФИЗИКА МАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.11).....</b>	<b>27</b>
<b>СЕКЦИЯ №29.</b>	
<b>ЭЛЕКТРОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.13).....</b>	<b>27</b>
<b>СЕКЦИЯ №30.</b>	
<b>ТЕПЛОФИЗИКА И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.14).....</b>	<b>27</b>
<b>СЕКЦИЯ №31.</b>	
<b>ФИЗИКА И ТЕХНОЛОГИЯ НАНОСТРУКТУР, АТОМНАЯ И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.15) .....</b>	<b>27</b>
<b>СЕКЦИЯ №32.</b>	
<b>ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.16).....</b>	<b>27</b>

<b>СЕКЦИЯ №33.</b>	
<b>ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА, ГОРЕНИЕ И ВЗРЫВ, ФИЗИКА ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ</b>	
<b>ВЕЩЕСТВА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.17).....</b>	<b>28</b>
ОПТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАНОЧАСТИЦ ВОЛЬФРАМА В ПРОЗРАЧНОЙ МАТРИЦЕ	
Каленский А.В., Никитин А.П., Газенаур Н.В.....	28
<b>СЕКЦИЯ №34.</b>	
<b>КРИСТАЛЛОГРАФИЯ, ФИЗИКА КРИСТАЛЛОВ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.18).....</b>	<b>30</b>
<b>СЕКЦИЯ №35.</b>	
<b>ФИЗИКА ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ И УСКОРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА</b>	
<b>(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.20) .....</b>	<b>30</b>
<b>СЕКЦИЯ №36.</b>	
<b>ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.21) .....</b>	<b>30</b>
<b>СЕКЦИЯ №37.</b>	
<b>ФИЗИКА ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.23) .....</b>	<b>31</b>
<b>ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.00) .....</b>	<b>31</b>
<b>СЕКЦИЯ №38.</b>	
<b>НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.01).....</b>	<b>31</b>
<b>СЕКЦИЯ №39.</b>	
<b>АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.02) .....</b>	<b>31</b>
СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ СИСТЕМ, СОДЕРЖАЩИХ ХЛОРОПИРАМИН	
ГИДРОХЛОРИД И ИОНЫ МЕТАЛЛА	
Нюничкина Т.А., Глинина А.Г., Очир-Горяева С.А., Глинина Е.Г. ....	31
<b>СЕКЦИЯ №40.</b>	
<b>ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.03).....</b>	<b>33</b>
<b>СЕКЦИЯ №41.</b>	
<b>ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.04) .....</b>	<b>33</b>
<b>СЕКЦИЯ №42.</b>	
<b>ЭЛЕКТРОХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.05) .....</b>	<b>33</b>
<b>СЕКЦИЯ №43.</b>	
<b>ВЫСОКОМОЛЕКУЛЯРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.06).....</b>	<b>34</b>
<b>СЕКЦИЯ №44.</b>	
<b>ХИМИЯ ЭЛЕМЕНТООРГАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.08).....</b>	<b>34</b>
<b>СЕКЦИЯ №45.</b>	
<b>ХИМИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.09).....</b>	<b>34</b>
<b>СЕКЦИЯ №46.</b>	
<b>БИООРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.10).....</b>	<b>34</b>
<b>СЕКЦИЯ №47.</b>	
<b>КОЛЛОИДНАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.11) .....</b>	<b>34</b>
ПОВЕДЕНИЕ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ ПАВ НА РАЗЛИЧНЫХ ГРАНИЦАХ РАЗДЕЛА	
ФАЗ	
Дремук А.П., Киенская К.И., Авраменко Г.В. ....	34
<b>СЕКЦИЯ №48.</b>	
<b>БИОНЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.12) .....</b>	<b>37</b>

<b>СЕКЦИЯ №49.</b>	
<b>НЕФТЕХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.13) .....</b>	<b>37</b>
ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ УГЛЕВОДОРОДНОГО СОСТАВА РЯДА АЛКАНОВ ОТ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОСТАТОЧНЫХ ФРАКЦИЙ НЕФТИ	
Бабаева Л.Г., Хибиев Х.С., Магомедова М.Р. ....	37
<b>СЕКЦИЯ №50.</b>	
<b>РАДИОХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.14).....</b>	<b>42</b>
<b>СЕКЦИЯ №51.</b>	
<b>КИНЕТИКА И КАТАЛИЗ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.15).....</b>	<b>42</b>
<b>СЕКЦИЯ №52.</b>	
<b>МЕДИЦИНСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.16).....</b>	<b>42</b>
<b>СЕКЦИЯ №53.</b>	
<b>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ И КВАНТОВАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.17).....</b>	<b>42</b>
<b>СЕКЦИЯ №54.</b>	
<b>ХИМИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.21).....</b>	<b>42</b>
<b>БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.00.00).....</b>	<b>42</b>
<b>ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.00) .....</b>	<b>42</b>
<b>СЕКЦИЯ №55.</b>	
<b>РАДИОБИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.01).....</b>	<b>42</b>
<b>СЕКЦИЯ №56.</b>	
<b>БИОФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.02) .....</b>	<b>42</b>
<b>СЕКЦИЯ №57.</b>	
<b>МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.03).....</b>	<b>43</b>
РЕГУЛЯЦИЯ ЭКСПРЕССИИ ИНТЕРФЕРОН-ЗАВИСИМЫХ ГЕНОВ PKR, OASL и MX1	
РЕКОМБИНАНТНЫМИ КУРИНЫМИ ИНТЕРФЕРОНАМИ-ГАММА	
Зобнина А.Е., Румянцев А.М., Цыганков М.А., Падкина М.В. ....	43
<b>СЕКЦИЯ №58.</b>	
<b>БИОХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.04).....</b>	<b>46</b>
<b>СЕКЦИЯ №59.</b>	
<b>ФИЗИОЛОГИЯ И БИОХИМИЯ РАСТЕНИЙ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.05).....</b>	<b>46</b>
<b>СЕКЦИЯ №60.</b>	
<b>БИОТЕХНОЛОГИЯ (В ТОМ ЧИСЛЕ БИОНАНОТЕХНОЛОГИИ) (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.06).....</b>	<b>46</b>
<b>СЕКЦИЯ №61.</b>	
<b>МОЛЕКУЛЯРНАЯ ГЕНЕТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.07).....</b>	<b>46</b>
<b>СЕКЦИЯ №62.</b>	
<b>БИОИНЖЕНЕРИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.08).....</b>	<b>46</b>
<b>СЕКЦИЯ №63.</b>	
<b>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ, БИОИНФОРМАТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.09).....</b>	<b>46</b>
РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЧИСЛЕННОСТИ ЖИВОТНЫХ	
Люлякин О.П., Саранча Д.А., Трашеев Р.В., Юрезанская Ю.С. ....	46
<b>ОБЩАЯ БИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.00) .....</b>	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №64.</b>	
<b>БОТАНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.01) .....</b>	<b>50</b>

<b>СЕКЦИЯ №65.</b> <b>ВИРУСОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.02)</b> .....	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №66.</b> <b>МИКРОБИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.03)</b> .....	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №67.</b> <b>ЗООЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.04)</b> .....	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №68.</b> <b>ЭНТОМОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.05)</b> .....	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №69.</b> <b>ИХТИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.06)</b> .....	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №70.</b> <b>ГЕНЕТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.07)</b> .....	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №71.</b> <b>ЭКОЛОГИЯ (ПО ОТРАСЛЯМ) (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.08)</b> .....	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №72.</b> <b>БИОГЕОХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.09)</b> .....	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №73.</b> <b>ГИДРОБИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.10)</b> .....	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №74.</b> <b>ПАРАЗИТОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.11)</b> .....	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №75.</b> <b>МИКОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.12)</b> .....	<b>50</b>
<b>СЕКЦИЯ №76.</b> <b>ПОЧВОВЕДЕНИЕ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.13)</b> .....	<b>51</b>
ПРОЦЕССЫ ПОЧВООБРАЗОВАНИЯ В ТЕХНОГЕННЫХ ЭКОСИСТЕМАХ ЕКАТЕРИНБУРГА Двуреченский В.Г. ....	51
<b>СЕКЦИЯ №77.</b> <b>БИОЛОГИЧЕСКИЕ РЕСУРСЫ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.14)</b> .....	<b>53</b>
ИНТРОДУКЦИОННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ РОДА СОСНА (PINUS L.) ДЛЯ ЗЕЛЕННОГО СТРОИТЕЛЬСТВА В РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ Куропятников М.В., Козловский Б.Л., Федоринова О.И., Хворост Е.И. ....	53
<b>ФИЗИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.00)</b> .....	<b>55</b>
<b>СЕКЦИЯ №78.</b> <b>ФИЗИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.01)</b> .....	<b>55</b>
<b>СЕКЦИЯ №79.</b> <b>АНТРОПОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.02)</b> .....	<b>55</b>
<b>СЕКЦИЯ №80.</b> <b>ИММУНОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.03)</b> .....	<b>55</b>
<b>СЕКЦИЯ №81.</b> <b>КЛЕТОЧНАЯ БИОЛОГИЯ, ЦИТОЛОГИЯ, ГИСТОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.04)</b> .....	<b>55</b>
<b>СЕКЦИЯ №82.</b> <b>БИОЛОГИЯ РАЗВИТИЯ, ЭМБРИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.05)</b> .....	<b>56</b>
<b>СЕКЦИЯ №83.</b> <b>НЕЙРОБИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.06)</b> .....	<b>56</b>

<b>ГЕОГРАФИЯ.....</b>	<b>56</b>
<b>СЕКЦИЯ №84.</b>	
<b>ФИЗИЧЕСКАЯ ГЕОГРАФИЯ И БИОГЕОГРАФИЯ, ГЕОГРАФИЯ ПОЧВ И ГЕОХИМИЯ</b>	
<b>ЛАНДШАФТОВ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 25.00.23).....</b>	<b>56</b>
<b>СЕКЦИЯ №85.</b>	
<b>ЭКОНОМИЧЕСКАЯ, СОЦИАЛЬНАЯ, ПОЛИТИЧЕСКАЯ И РЕКРЕАЦИОННАЯ ГЕОГРАФИЯ</b>	
<b>(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 25.00.24) .....</b>	<b>56</b>
<b>СЕКЦИЯ №86.</b>	
<b>ГЕОМОРФОЛОГИЯ И ЭВОЛЮЦИОННАЯ ГЕОГРАФИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 25.00.25) .....</b>	<b>56</b>
<b>ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ .....</b>	<b>56</b>
<b>СЕКЦИЯ №87.</b>	
<b>ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ .....</b>	<b>56</b>
<b>ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ПЛАТФОРМЫ DEDUSTOR ДЛЯ АНАЛИЗА ДАННЫХ</b>	
<b>Ризаев И.С., Мифтахутдинов Д.И. ....</b>	<b>56</b>
<b>ГЕОЛОГИЯ .....</b>	<b>59</b>
<b>СЕКЦИЯ №88.</b>	
<b>РАЗВИТИЕ ГЕОЛОГИИ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ .....</b>	<b>59</b>
<b>ПЛАН КОНФЕРЕНЦИЙ НА 2015 ГОД .....</b>	<b>60</b>



# ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.00.00)

## МАТЕМАТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.00)

### СЕКЦИЯ №1.

### ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.01)

### СЕКЦИЯ №2.

### ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.02)

#### АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ КОЛЬЦА С ОСОБЫМИ ГРАНИЧНЫМИ ЛИНИЯМИ

Турсунов Д.А.<sup>1</sup>, Эркебаев У.З.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Уральский государственный педагогический университет, г.Екатеринбург,

<sup>2</sup>Ошский государственный университет, Кыргызстан

Введение. Многочисленности приложений задача Дирихле для эллиптических уравнений с малым параметром при старших производных занимает исключительное место в теории возмущения. К ней непосредственно сводятся: основная задача в гидродинамике – задача обтекания; задачи кручения и изгиба в теории упругости и др. Явное решение этих задач построить в общем случае не удастся, поэтому используют разные асимптотические методы. Особенность в бисингулярно возмущенных задачах состоит в том, что одна особенность связана с сингулярной зависимостью решения от малого параметра, а другая – с не гладкостью членов асимптотики. В данной работе для построения асимптотического разложения решения задачи (1)-(2) будем применять обобщенный метод погранфункции [1-2].

Постановка задачи. Исследуем задачу Дирихле

$$\varepsilon \Delta u(\rho, \varphi, \varepsilon) - (\rho - a)^m (b - \rho) u(\rho, \varphi, \varepsilon) = f(\rho, \varphi, \varepsilon), (\rho, \varphi) \in D, \quad (1)$$

$$u(a, \varphi, \varepsilon) = \psi_1(\varphi, \varepsilon), \quad u(b, \varphi, \varepsilon) = \psi_2(\varphi, \varepsilon), \quad (2)$$

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$  – оператор Лапласа,  $D = \{(\rho, \varphi) | a < \rho < b, 0 < \varphi \leq 2\pi\}$ ,  $0 < a < b = \text{const}$ ,  $0 < \varepsilon \ll 1$  –

малый параметр,  $\psi_j(\varphi, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \psi_{j,k}(\varphi)$ ,  $f(\rho, \varphi, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k f_k(\rho, \varphi)$ ,  $\psi_{j,k}(\varphi), f_k(\rho, \varphi) \in C^{(\infty)}(D \cup \Gamma)$ ,  $\Gamma$  – граница области  $D$ .

Решение задачи Дирихле (1)-(2) существует и единственно, при  $0 < \varepsilon = \text{const}$ . Исследуем асимптотическое поведение решения задачи (1)-(2) при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Рассмотрим структуру внешнего разложения решения задачи (1)-(2), которое ищем в виде:

$$U(\rho, \varphi, \varepsilon) = u_0(\rho, \varphi) + \varepsilon u_1(\rho, \varphi) + \varepsilon^2 u_2(\rho, \varphi) + \dots + \varepsilon^k u_k(\rho, \varphi) + \dots \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях  $\varepsilon$ , получим рекуррентную систему уравнений, решениями этих уравнений являются функции:

$$u_0(\rho, \varphi) = -f_0(\rho, \varphi) / (b - \rho)(\rho - a)^m, \quad u_k(\rho, \varphi) = \Delta u_{k-1}(\rho, \varphi) / (b - \rho)(\rho - a)^m, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Заметим, что при  $\rho = a$  или  $\rho = b$  все эти функции  $u_k(\rho, \varphi)$  имеют нарастающие особенности вида:

$$u_k(\rho, \varphi) = O(1/(b - \rho)^{1+3k} (\rho - a)^{m+k(m+2)}), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Внешнее решение имеет вид:

$$U = \frac{1}{(b-\rho)(\rho-a)^m} \left( -f_0(\rho, \varphi) + \dots + \left( \frac{\varepsilon}{(b-\rho)^3(\rho-a)^{m+2}} \right)^k F_k(\rho, \varphi) + \dots \right), \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0,$$

где  $F_k(\rho, \varphi) \in C^\infty(\overline{D})$ ,  $k=1, 2, \dots$ .

Построение формального асимптотического разложения. Решение задачи (1)-(2) будем искать в виде:

$$u(\rho, \varphi, \varepsilon) = V(\rho, \varphi, \varepsilon) + W(\tau, \varphi, \mu) + Q(\eta, \varphi, \mu), \quad (4)$$

где  $V = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k v_k(\rho, \varphi)$ ,  $W = \sum_{k=-m}^{\infty} \mu^k w_k(\tau, \varphi)$ ,  $Q = \sum_{k=-1}^{\infty} \lambda^k q_k(\eta, \varphi)$ ,  $\eta = \frac{b-\rho}{\lambda}$ ,  $\tau = \frac{\rho-a}{\mu}$ ,  $\varepsilon = \lambda^3$ ,  $\varepsilon = \mu^{m+2}$ .

Учитывая граничное условие (2) имеем:

$$W(0, \varphi, \mu) = \psi_1(\varphi, \mu^{m+2}) - V(a, \varphi, \mu^{m+2}), \quad W(\tau, \varphi, \mu) \rightarrow 0, \text{ при } \tau \rightarrow +\infty; \quad (5)$$

$$Q(0, \varphi, \lambda) = \psi_2(\varphi, \lambda^3) - V(b, \varphi, \lambda^3), \quad Q(\eta, \varphi, \lambda) \rightarrow 0, \text{ при } \eta \rightarrow +\infty. \quad (6)$$

Подставляя (3) в (1) получим:

$$\varepsilon \Delta V(\rho, \varphi, \varepsilon) - (b-\rho)(\rho-a)^m V(\rho, \varphi, \varepsilon) = f(\rho, \varphi, \varepsilon) - H(\rho, \varphi, \varepsilon), \quad (\rho, \varphi) \in D, \quad (7)$$

$$\lambda \left( \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} - \lambda \frac{\partial}{(b-\eta\lambda)\partial \eta} + \lambda^2 \frac{\partial^2}{(b-\eta\lambda)^2 \partial \varphi^2} \right) Q - \eta \lambda (b-a-\eta\lambda)^m Q = h_1(\varphi, \lambda^3), \quad (8)$$

$$\mu^m \left( \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \mu \frac{\partial}{(a+\tau\mu)\partial \tau} + \mu^2 \frac{\partial^2}{(a+\tau\mu)^2 \partial \varphi^2} \right) W - \tau^m \mu^m (b-a-\tau\mu) W = h_2(\tau, \varphi, \mu^{m+2}), \quad (9)$$

где  $(\tau, \varphi) \in D_1 = \{(\tau, \varphi) | 0 < \tau < +\infty, 0 < \varphi \leq 2\pi\}$ ,  $(\eta, \varphi) \in D_2 = \{(\eta, \varphi) | 0 < \eta < +\infty, 0 < \varphi \leq 2\pi\}$ .

По идее метода, мы в правую часть последнего равенства прибавили и убавили одну и ту же функцию

$H(\rho, \varphi, \varepsilon) = h_1(\varphi, \varepsilon) + h_2(\rho, \varphi, \varepsilon)$ , ее конкретизируем ниже, при построении регулярного внешнего решения.

Регулярное внешнее решение. Из (7) для функции  $v_k(\rho, \varphi)$  имеем:

$$v_0(\rho, \varphi) = -(f_0(\rho, \varphi) - H_0(\rho, \varphi)) / (b-\rho)(\rho-a)^m,$$

$$v_k(\rho, \varphi) = -(f_k(\rho, \varphi) - H_k(\rho, \varphi) - \Delta v_{k-1}(\rho, \varphi)) / (b-\rho)(\rho-a)^m.$$

Пусть  $g_k(\rho, \varphi) = f_k(\rho, \varphi) - \Delta v_{k-1}(\rho, \varphi)$ ,  $k=0, 1, \dots$ ,  $v_{-1}(\rho, \varphi) = 0$ , тогда  $v_k(\rho, \varphi) \in C^{(\infty)}(\overline{D})$ ,  $k=0, 1, \dots$ , при

$$H_k(\rho, \varphi) = h_{1,k}(\varphi) + h_{2,k}(\rho, \varphi), \text{ где } h_{1,k}(\varphi) = g_k(b, \varphi), \quad h_{2,k}(\rho, \varphi) = \sum_{j=0}^{m-1} \tilde{h}_{k,j}(\varphi) (\rho-a)^j, \quad \tilde{h}_k(\rho, \varphi) = \frac{g_k(\rho, \varphi) - g_k(b, \varphi)}{b-\rho},$$

$$\tilde{h}_{k,j}(\varphi) = \frac{\partial^j \tilde{h}_k(a, \varphi)}{j! \partial \rho}.$$

Обобщенные пограничные функции. Из (8)-(6) и (9)-(5) для функции  $w_k(\tau, \varphi)$  и  $q_k(\eta, \varphi)$  получим:

$$l q_{-1} \equiv \frac{\partial^2 q_{-1}}{\partial \eta^2} - \eta \lambda (b-a)^m q_{-1} = h_{1,0}(\varphi), \quad q_{-1}(0, \varphi) = 0, \quad q_{-1}(\eta, \varphi) \rightarrow 0, \text{ при } \eta \rightarrow +\infty.$$

$$l q_k = G_{1,k}(\eta, \varphi, \lambda), \quad q_{3k-1}(0, \varphi) = q_{3k+1}(0, \varphi) = 0, \quad q_{3k}(0, \varphi) = \psi_{2,k}(\varphi) - v_k(b, \varphi), \quad q_k(\eta, \varphi) \rightarrow 0,$$

$$L w_{-m} \equiv \frac{\partial^2 w_{-m}}{\partial \tau^2} - (\tau \mu)^m (b-a) w_{-m} = h_{2,0}(\varphi), \quad w_{-m}(0, \varphi) = 0, \quad w_{-m}(\tau, \varphi) \rightarrow 0, \text{ при } \tau \rightarrow +\infty.$$

$$L w_k = G_{2,k}(\tau, \varphi, \mu), \quad w_k(0, \varphi) = 0, \quad k \neq (m+2)j; \quad w_{(m+2)j}(0, \varphi) = \psi_{1,j}(\varphi) - v_j(a, \varphi), \quad w_k(\tau, \varphi) \rightarrow 0, \text{ при } \tau \rightarrow +\infty, \quad k = -m+1, -m+2, \dots; \quad j = 0, 1, \dots$$

Все эти задачи имеют единственные решения, удовлетворяющие заданным граничным условиям. Действительно, как нам известно, уравнение  $z'' - \tau^n z = 0$  имеет два независимых решения

$$z_1(\tau) = \sqrt{\tau} I_{1/2q} \left( \frac{1}{q} \tau^q \right), \quad z_2(\tau) = \sqrt{\tau} K_{1/2q} \left( \frac{1}{q} \tau^q \right), \text{ где } q = (n+2)/2, \quad I_\nu(s), \quad K_\nu(s) - \text{модифицированные}$$

функции Бесселя. Отметим важные свойства функций  $I_\nu(s)$ ,  $K_\nu(s)$ , при  $0 < \nu < 1$ .  $I_\nu(s)$  – экспоненциально возрастает, а  $K_\nu(s)$  – экспоненциально убывает, при  $s \rightarrow \infty$ .  $I_\nu(0) = 0$ ,  $K_\nu(s) = O(s^{-\nu})$  при  $s \rightarrow 0$ . Вронскиан  $W(I_\nu(s), K_\nu(s)) = -1/s$ .

Отсюда  $W(z_1, z_2) = z_1 z_2' - z_2 z_1' = \tau^{n/2}$ ,  $z_1(\tau) = O(e^\tau)$ ,  $z_2(\tau) = O(e^{-\tau})$ , при  $\tau \rightarrow \infty$ ,  $z_1(0) = 0$ ,  $z_2(\tau) = O(1)$ , при  $\tau \rightarrow 0$ .

Поэтому, записать явные решения выше указанных задач не представляет трудности. При  $n=1$ , модифицированные функции Бесселя можно выразить через функции Эри. Поэтому функции  $q_k(\eta, \varphi)$  определяются через функции Эри, а функции  $w_k(\tau, \varphi)$  через модифицированные функции Бесселя.

Лемма. Решение уравнения

$$y''(x) - x^n y(x) = x^k, \quad n \in \mathbb{N}, k \in \mathbb{Z}, \quad (10)$$

при  $0 \leq x \leq +\infty$  разлагается в асимптотический ряд

$$y(x) = x^{k-n} \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j x^{-(n+2)j}, \quad x \rightarrow +\infty \quad (11)$$

при этом ряд (10) можно многократно почленно дифференцировать и он является ФАР уравнения (11).

Доказательство. Пусть ФАР решения (11) имеет вид:

$$y(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j x^{-j}, \quad x \rightarrow +\infty \quad (12)$$

где  $\beta_i$  – пока неизвестные коэффициенты.

Подставляя (12) в (10) получим рекуррентную алгебраическую систему для  $\beta_i$ . И здесь однозначно определяем все значения  $\beta_i$ :

$$\beta_{n-k} = -1, \beta_{n-k+n+2} = -(n-k)(n-k+1), \beta_{n-k+(n+2)j} = (n-k+(n+2)(j-1))(n-k+(n+2)(j-1)+1) \beta_{n-k+(n+2)(j-1)}, j=2,3,\dots,$$

остальные коэффициенты  $\beta_i$  равны нулю.

Отсюда получим, что  $\alpha_0 = -1$ ,

$$\alpha_1 = -(n-k)(n-k+1), \alpha_j = (n-k+(n+2)(j-1))(n-k+(n+2)(j-1)+1) \alpha_{j-1}, j=2,3,\dots$$

Оценим теперь остаточный член ряда (11). Пусть  $r(x) = y(x) - y_m(x)$ , где  $y_m(x) = x^{k-n} \sum_{j=0}^m \alpha_j x^{-(n+2)j}$ . Тогда

для  $r(x)$  получим уравнение:

$$r'' - x^n r = O(x^{k-n-(n+2)m+2}), \quad (13)$$

Уравнение (13) имеет двух параметрическое семейство решений  $r(x, C_1, C_2)$ . Из этих решений выберем то решение, которое удовлетворяет условиям:  $r(0) = r^0, r(+\infty) = 0$ :

$$r(x) = z_2(x) \int_0^x O(s^{-N-n/2}) z_1(s) ds - z_1(x) \int_x^{+\infty} O(s^{-N-n/2}) z_2(s) ds + \frac{r^0}{z_2(0)} z_2(x),$$

где  $N = n - k + ((n+2)m+2)$ , т.е.  $r(x) = O(x^{-N-K})$ , при  $x \rightarrow +\infty, 0 < K = \text{const}$ .

Используя эту лемму, можем выяснить асимптотическое поведение функции  $q_j(\eta, \varphi)$ , при  $\eta \rightarrow +\infty$ :  $q_{3k-1}(\eta, \varphi) = O(1/\eta), q_{3k}(\eta, \varphi) = O(1/\eta^3), q_{3k+1}(\eta, \varphi) = O(1/\eta^2), k=0, 1, \dots$ , т.е.  $\forall k, q_k(\eta, \varphi) \rightarrow 0$  при  $\eta \rightarrow +\infty, k=-1, 0, \dots$

А также асимптотическое поведение функции  $w_j(\tau, \varphi)$ , при  $\tau \rightarrow +\infty$ :

$$w_{k(m+2)+2+j}(\tau, \varphi) = O(\tau^{-m+j}), j=0, 1, \dots, m-1; k=-1, 0, \dots$$

$$w_{k(m+2)}(\tau, \varphi) = O(\tau^{-(m+2)}), k=0, 1, \dots; w_{k(m+2)+1}(\tau, \varphi) = O(\tau^{-(m+1)}), k=0, 1, \dots$$

т.е.  $\forall k, w_k(\tau, \varphi) \rightarrow 0$  при  $\tau \rightarrow +\infty, k = -m, -m+1, \dots$

Следовательно, справедлива следующая теорема.

Теорема. Если  $f(a, \varphi, 0) \neq 0$  и  $f(b, \varphi, 0) \neq 0$ , то для решения задачи (1)-(2) справедливо равномерное асимптотическое разложение

$$u(\rho, \varphi, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k v_k(\rho, \varphi) + \sum_{k=-1}^{\infty} \varepsilon^{k/3} q_k\left(\frac{b-\rho}{\sqrt[3]{\varepsilon}}, \varphi\right) + \sum_{k=-m}^{\infty} \varepsilon^{k/(m+2)} w_k\left(\frac{\rho-a}{\sqrt[2]{\varepsilon}}, \varphi\right), \quad (14)$$

при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Для обоснования формального асимптотического разложения (14) решения задачи (1)-(2), составляется задача для остаточного члена асимптотического ряда (14) и для оценки решения этой задачи, применяем принцип максимума.

### Список литературы

1. Турсунов Д.А. Асимптотическое разложение решения бисингулярно возмущенного эллиптического уравнения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2013. № 6(26). – С. 37–44.

2. Турсунов Д.А. Асимптотика решения бисингулярно возмущенного эллиптического уравнения. Случай особой точки на границе // Известия Томского Политехнического Университета. – 2014. – Т. 324. – № 2. – С. 31-35.

## АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ С РЕГУЛЯРНОЙ ОСОБОЙ ЛИНИЕЙ

**Турсунов Д.А.<sup>1</sup>, Эркебаев У.З.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Уральский государственный педагогический университет, г.Екатеринбург,

<sup>2</sup>Ошский государственный университет, Кыргызстан

Рассмотрим задачу Дирихле в кольце для эллиптического уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными, с малым параметром при старших производных:

$$\varepsilon \Delta u(\rho, \varphi, \varepsilon) + (\rho - a)u_\rho(\rho, \varphi, \varepsilon) - u(\rho, \varphi, \varepsilon) = f(\rho, \varphi, \varepsilon), (\rho, \varphi) \in D, \quad (1)$$

$$u(a, \varphi, \varepsilon) = 0, u(b, \varphi, \varepsilon) = 0, \quad (2)$$

$\varepsilon > 0$  – малый параметр,  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$  – оператор Лапласа,  $0 < a < b = \text{const}$ ,  $D = \{(\rho, \varphi) | a < \rho < b, 0 < \varphi \leq 2\pi\}$ ,  $f(\rho, \varphi, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k f_k(\rho, \varphi)$ ,  $f_k(\rho, \varphi) \in C^\infty(D \cup \Gamma)$ ,  $\Gamma$  – граница области  $D$ .

Как нам известно, многие задачи физики, техники и других наук приводятся к бисингулярно возмущенным уравнениям эллиптического типа. В данной работе для построения полного асимптотического разложения бисингулярно возмущенной задачи мы применяем аналог метода погранфункций [1-3] (обобщение метода погранфункций). Для сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с точками поворота обобщенный метод пограничных функций применялся в работах [1], а в работах [2,3] для бисингулярно возмущенных эллиптических уравнений в круге.

С помощью внешнего решения покажем не гладкость решения предельного уравнения. Пусть структура внешнего решения имеет вид:

$$U(\rho, \varphi, \varepsilon) = u_0(\rho, \varphi) + \varepsilon u_1(\rho, \varphi) + \varepsilon^2 u_2(\rho, \varphi) + \dots + \varepsilon^k u_k(\rho, \varphi) + \dots \quad (3)$$

Тогда, подставляя (3) в (1) и учитывая граничное условие, получим:

$$(\rho - a)(\partial u_k / \partial \rho) - u_k = (f_k(\rho, \varphi) - \Delta u_{k-1}), u_{-1} \equiv 0, k = 0, 1, \dots$$

$$\text{Отсюда, } u_0 = (\rho - a) \int_b^\rho \frac{f_0(s, \varphi)}{(s - a)^2} ds, \quad u_k = (\rho - a) \int_b^\rho \frac{f_k(s, \varphi) - \Delta u_{k-1}(s, \varphi)}{(s - a)^2} ds, \quad k = 1, 2, \dots$$

Если функцию  $f_0(\rho, \varphi)$  разложить в ряд Тейлора:

$$f_0(\rho, \varphi) = f_{0,0}(\varphi) + f_{0,1}(\varphi)(\rho - a) + f_{0,2}(\varphi)(\rho - a)^2 + \dots + f_{0,k}(\varphi)(\rho - a)^k + \dots,$$

то мы получим:

$$u_0 = (\rho - a) (-f_{0,0}(\varphi)((\rho - a)^{-1} - (b - a)^{-1}) + f_{0,1}(\varphi) \ln((\rho - a)/(b - a)) + f_{0,2}(\varphi)((\rho - a) - (b - a)) + \dots).$$

Отсюда, заметим, что  $\Delta u_0 = (\rho - a)^{-1} f_{0,1}(\varphi) + F_0(\rho, \varphi)$ ,  $F_0(\rho, \varphi) \in C(D \cup \Gamma)$ ;

$$u_1 = (\rho - a)^{-1} F_1(\rho, \varphi), F_1(\rho, \varphi) \in C^\infty(D \cup \Gamma); \quad u_2 = (\rho - a)^{-3} F_2(\rho, \varphi), F_2(\rho, \varphi) \in C(D \cup \Gamma);$$

$$\dots, \quad u_k = (\rho - a)^{-2k+1} F_k(\rho, \varphi), F_k(\rho, \varphi) \in C(D \cup \Gamma);$$

где  $F_k(\rho, \varphi) = F_{k,0}(\rho, \varphi) + (\rho - a)^2 \ln(\rho - a) F_{k,1}(\rho, \varphi) + \dots + (\rho - a)^{2(k-1)} \ln^{k-1}(\rho - a) F_{k,k-1}(\rho, \varphi) + \dots + (\rho - a)^{2k-1} \ln^k(\rho - a) F_{k,k}(\rho, \varphi) + (\rho - a)^{2k} \ln^{k+1}(\rho - a) F_{k,k+1}(\rho, \varphi)$ ,  $\rho \rightarrow a$ .

При  $\rho \rightarrow a$  имеем  $u_0 = O(1)$ ,  $u_k = O((\rho - a)^{-2k+1})$ ,  $k = 1, 2, \dots$ .

Все члены последовательности  $u_k$ , начиная с первого, имеют нарастающие особенности при  $\rho \rightarrow a$ , а при  $|\rho - a| < \varepsilon^{1/2}$  ряд (3) теряет асимптотический характер. Следовательно, исследуемая задача является бисингулярно возмущенной.

Асимптотическое разложение решения задачи (1)-(2) ищем в виде

$$u(\rho, \varphi, \varepsilon) = V(\rho, \varphi, \varepsilon) + W(\tau, \varphi, \mu),$$

где  $V(\rho, \varphi, \varepsilon) = v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \dots$ ,  $W(\tau, \varphi, \mu) = w_0 + \mu w_1 + \mu^2 w_2 + \dots$ ,  $v_k = v_k(\rho, \varphi)$ ,  $w_k = w_k(\rho, \varphi)$ ,  $\tau = (\rho - a)/\mu$ ,  $\mu^2 = \varepsilon$ .

Для  $V(\rho, \varphi, \varepsilon)$  и  $W(\tau, \varphi, \mu)$  получим задачи, соответственно:

$$\varepsilon \Delta V + (\rho - a) V_\rho - V = f(\rho, \varphi, \varepsilon) - h(\rho, \varphi, \varepsilon), \quad (\rho, \varphi) \in D, \quad V(b, \varphi, \varepsilon) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} + \frac{\mu \partial W}{(a + \mu \tau) \partial \tau} + \frac{\mu^2 \partial^2 W}{(a + \mu \tau)^2 \partial \varphi^2} + \tau \frac{\partial W}{\partial \tau} - W = h(a + \tau \mu, \varphi, \mu^2), \quad (\tau, \varphi) \in D_1 \quad (5)$$

$$W(0, \varphi, \mu) = -V(a, \varphi, \varepsilon), \quad W((b-a)/\mu, \varphi, \mu) = 0, \quad (6)$$

где  $D_1 = \{(\tau, \varphi) | 0 < \tau < +\infty, 0 < \varphi \leq 2\pi\}$ .

По идее метода обобщенных пограничных функций, мы в правую часть уравнения добавили и убавили пока неизвестную функцию  $h(\rho, \varphi, \varepsilon)$ . С помощью этой функции мы построим регулярное внешнее решение, т.е.  $V(\rho, \varphi, \varepsilon) \in C^\infty(D \cup \Gamma)$ .

Из задачи (4), имеем:  $(\rho - a)(\partial v_k / \partial \rho) - v_k = (f_k(\rho, \varphi) - \Delta v_{k-1}(\rho, \varphi) - h_k(\rho, \varphi))$ ,  $k=0, 1, \dots$

Отсюда

$$v_k = (\rho - a) \int_b^\rho \frac{f_k(s, \varphi) - \Delta v_{k-1}(s, \varphi) - h_k(s, \varphi)}{(s - a)^2} ds, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Пусть  $h_0(\rho, \varphi) = f_{0,1}(\varphi)(\rho - a)$ ,  $h_k(\rho, \varphi) = g_{k,1}(\varphi)(\rho - a)$ ,  $g_k(\rho, \varphi) = f_k(\rho, \varphi) - \Delta v_{k-1}(\rho, \varphi)$ ,  $g_{k,1}(\varphi) = \partial g_k(a, \varphi) / \partial \rho$ . Тогда

$$v_0 = (\rho - a) (-f_{0,0}(\varphi)((\rho - a)^{-1} - (b - a)^{-1}) + f_{0,2}(\varphi)((\rho - a) - (b - a)) + \dots); \quad v_0 \in C^\infty(D \cup \Gamma);$$

$$v_k = (\rho - a) (-g_{k,0}(\varphi)((\rho - a)^{-1} - (b - a)^{-1}) + g_{k,2}(\varphi)((\rho - a) - (b - a)) + \dots); \quad v_k \in C^\infty(D \cup \Gamma),$$

При  $\rho \rightarrow a$  имеем  $v_k = O(1)$ ,  $k=0, 1, \dots$

Лемма 1. Ряд  $V(\rho, \varphi, \varepsilon) = v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \dots$ , является асимптотическим разложением решения задачи (1)-(2) в области  $(D \cup \Gamma)$ .

Доказательство. Очевидно, что  $v_k$  являются асимптотическими рядами, при  $\rho \rightarrow a$ . Докажем, что  $V(\rho, \varphi, \varepsilon)$  является асимптотическим разложением решения задачи (4), для этого рассмотрим остаточный член.

Пусть  $R(\rho, \varphi, \varepsilon) = V(\rho, \varphi, \varepsilon) - (v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \dots + \varepsilon^n v_n)$ , тогда для функций  $R(\rho, \varphi, \varepsilon)$  получим следующую задачу

$$\varepsilon \Delta R + (\rho - a) R_\rho - R = \varepsilon^{n+1} (f_{n+1}(\rho, \varphi, \varepsilon) - \Delta v_n - h_{n+1}(\rho, \varphi)), \quad (\rho, \varphi) \in D, \quad R(b, \varphi, \varepsilon) = 0. \quad (7)$$

Задачу (7) заменим эквивалентным интегральным уравнением:

$$R(\rho, \varphi, \varepsilon) = (\rho - a) \varepsilon^{n+1} \int_b^\rho \frac{f_{n+1}(s, \varphi) - \Delta v(s, \varphi) - h_{n+1}(s, \varphi)}{(s - a)^2} ds - (\rho - a) \varepsilon \int_b^\rho \frac{\Delta R(s, \varphi, \varepsilon)}{(s - a)^2} ds.$$

Применяя принцип сжимающих отображений, получим оценку  $R(\rho, \varphi, \varepsilon) = O(\varepsilon^{n+1})$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Из задачи (6)-(7) имеем:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mu^k \left( \frac{\partial^2 w_k}{\partial \tau^2} + \frac{\mu \partial w_k}{(a + \mu \tau) \partial \tau} + \frac{\mu^2 \partial^2 w_k}{(a + \mu \tau)^2 \partial \varphi^2} + \tau \frac{\partial w_k}{\partial \tau} - w_k \right) = \sum_{k=0}^{\infty} g_{k,1}(\varphi) \mu^{1+2k} \tau, \quad (g_{0,1} = f_{0,1})$$

$$w_{2k}(0, \varphi) = -v_k(a, \varphi), \quad w_{2k+1}(0, \varphi) = 0, \quad w_k(+\infty, \varphi) = 0.$$

Отсюда, получим задачи:

$$lw_0 \equiv \frac{\partial^2 w_0}{\partial \tau^2} + \tau \frac{\partial w_0}{\partial \tau} - w_0 = 0, \quad w_0(0, \varphi) = -v_0(a, \varphi), \quad w_0(+\infty, \varphi) = 0, \quad (8)$$

$$lw_1 = -\frac{\partial w_0}{\partial \tau} + g_{0,1} \tau, \quad w_1(0, \varphi) = 0, \quad w_1(+\infty, \varphi) = 0, \quad (9)$$

$$lw_{2k} = -\left( \frac{\partial w_{2k-1}}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 w_{2k-2}}{\partial \varphi^2} \right), \quad w_{2k}(0, \varphi) = -v_k(a, \varphi), \quad w_{2k}(+\infty, \varphi) = 0, \quad k=1, 2, \dots \quad (10)$$

$$lw_{2k+1} = -\left( \frac{\partial w_{2k}}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 w_{2k-1}}{\partial \varphi^2} \right) + g_{k,1} \tau, \quad w_{2k+1}(0, \varphi) = 0, \quad w_{2k+1}(+\infty, \varphi) = 0. \quad k=1, 2, \dots \quad (11)$$

Задача (8) имеет единственное решение представимое в виде:

$$w_0(\tau, \varphi) = -v_0(a, \varphi) \tau \int_{\tau}^{+\infty} \xi^{-2} e^{-\xi^2/2} d\xi = -v_0(a, \varphi) \left( e^{-\tau^2/2} - \tau \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\tau}{\sqrt{2}}\right) \right).$$

Решения задач (9)-(11) имеют вид соответственно:

$$w_1 = \int_0^{+\infty} \left( -\frac{\partial w_0(\xi, \varphi)}{\partial \xi} + g_{0,1} \xi \right) G(\tau, \xi) d\xi,$$

$$w_{2k} = -v_k(a, \varphi) \tau \int_{\tau}^{+\infty} \xi^{-2} e^{-\xi^2/2} d\xi - \int_0^{+\infty} \left( \frac{\partial w_{2k-1}(\xi, \varphi)}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 w_{2k-2}(\xi, \varphi)}{\partial \varphi^2} \right) G(\tau, \xi) d\xi, \quad k=1, 2, \dots$$

$$w_{2k+1} = - \int_0^{+\infty} \left( \frac{\partial w_{2k}(\xi, \varphi)}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 w_{2k-1}(\xi, \varphi)}{\partial \varphi^2} - g_{k,1} \xi \right) G(\tau, \xi) d\xi, \quad k=1, 2, \dots$$

$$\text{где } G(\tau, \xi) = \begin{cases} -\tau(1 - \xi e^{\xi^2/2} \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \operatorname{erfc}(\frac{\xi}{\sqrt{2}})), & 0 \leq \xi \leq \tau \\ -\left( e^{-\tau^2/2} - \tau \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \operatorname{erfc}(\frac{\tau}{\sqrt{2}}) \right) \xi e^{\xi^2/2}, & \tau \leq \xi \leq +\infty \end{cases};$$

Рассмотрим асимптотическое поведение  $w_0$ , при  $\tau \rightarrow +\infty$ :

$$\text{Учитывая } \operatorname{erfc}(x) = \operatorname{erfc}\left(\frac{\tau}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-\tau^2/2} \left( \sum_{k=0}^N (-1)^k \frac{(2k)!}{2^k k! \tau^{2k+1}} + O(|\tau|^{-2N-3}) \right), \quad \tau \rightarrow +\infty, \quad \text{получим:}$$

$$w_0 = -v_0(a, \varphi) e^{-\tau^2/2} (1 \cdot \tau^{-2} - 1 \cdot 3\tau^{-4} + \dots + (-1)^n (2n+1)!! \tau^{-2n-2} + O(\tau^{-2n-4})).$$

Заметим, что  $w_0 \rightarrow 0$ , при  $\tau \rightarrow +\infty$ . Аналогично доказывается, что  $w_k \rightarrow 0$ , при  $\tau \rightarrow +\infty$ .

Рассмотрим остаточный член  $R(\tau, \varphi, \mu) = W(\tau, \varphi, \mu) - (w_0 + \mu w_1 + \dots + \mu^{2n+1} w_{2n+1})$ , тогда для функций  $R(\tau, \varphi, \mu)$  получим следующую задачу

$$\frac{\partial^2 R}{\partial \tau^2} + \frac{\mu \partial R}{(a + \mu \tau) \partial \tau} + \frac{\mu^2 \partial^2 R}{(a + \mu \tau)^2 \partial \varphi^2} + \tau \frac{\partial R}{\partial \tau} - R = \mu^{2n+2} H(\tau, \varphi, \mu), \quad (\tau, \varphi) \in D_1, \quad R(0, \varphi, \varepsilon) = 0, \quad (12)$$

$$\text{где } H(\tau, \varphi, \mu) = h_{n+1}(a + \tau \mu, \varphi) - \left( \frac{\partial w_{2n+1}}{\partial \tau} + \frac{\mu \partial^2 w_{2n}}{\partial \varphi^2} \right).$$

Задачу (12) заменим эквивалентным интегральным уравнением:

$$R = \mu^{2n+2} \int_0^{+\infty} H(\xi, \varphi, \mu) G(\tau, \xi) d\xi - \mu \int_0^{+\infty} \left( \frac{\partial R}{\partial \xi} + \mu \frac{\partial^2 R}{\partial \varphi^2} \right) G(\tau, \xi) d\xi.$$

Применяя принцип сжимающих отображений, имеем  $R(\tau, \varphi, \mu) = O(\mu^{2n+2})$ ,  $\mu \rightarrow 0$ .

Теорема. Для решения задачи (1)-(2) справедливо разложение

$$u(\rho, \varphi, \varepsilon) = (v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \dots + \varepsilon^n v_n + \dots) + (w_0 + \mu w_1 + \mu^2 w_2 + \dots + \mu^{2n+1} w_{2n+1} + \dots).$$

Доказательство. Выше мы построили формальное асимптотическое разложение решения задачи (1)-(2). Для обоснования этого ФАР решения задачи оценим остаточный член. Пусть

$$r = u(\rho, \varphi, \varepsilon) - u_n(\rho, \varphi, \varepsilon) = u - (v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \dots + \varepsilon^n v_n + w_0 + \mu w_1 + \mu^2 w_2 + \dots + \mu^{2n+1} w_{2n+1}).$$

Тогда, для остаточного члена получим задачу:

$$\varepsilon \Delta r + (\rho - a) r_\rho - r = O(\varepsilon^{n+1}), \quad (\rho, \varphi) \in D, \quad r(a, \varphi) = 0, \quad r(b, \varphi) = 0.$$

Из принципа максимума следует, что  $r = O(\varepsilon^{n+1})$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

### Список литературы

1. Alymkulov K. Method of Boundary Layer Function to Solve the Boundary Value Problem for a Singularly Perturbed Differential Equation of the Order Two with a Turning Point // Universal J. of Applied Mathematics. – 2014. – V. 2. – № 3. – P. 119–124.
2. Турсунов Д.А. Асимптотическое разложение решения бисингулярно возмущенного эллиптического уравнения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2013. № 6(26). – С. 37–44.

3. Турсунов Д.А. Асимптотика решения бисингулярно возмущенного эллиптического уравнения. Случай особой точки на границе // Известия Томского Политехнического Университета. – 2014. – Т. 324. – № 2. – С. 31-35.

## ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

**Тасболатова С.Т., Капасова А.Ж., Атамуратова Р.Ж.**

Казахско-Русский Международный университет, г.Актобе, Республика Казахстан  
Областная специализированная школа-интернат для одаренных детей с углубленным изучением различных предметов, г.Актау, Республика Казахстан

Рассмотрим уравнение

$$D_a^2 x + b_1(\tau, t, \sigma) D_a x + b_2(\tau, t, \sigma) x = 0 \quad (1)$$

с переменными коэффициентами  $b_1(\tau, t, \sigma)$  и  $b_2(\tau, t, \sigma)$ , удовлетворяющими условию  $(\theta, \omega, \omega)$ -периодичности по  $(\tau, t, \sigma)$  и гладкости по  $(\tau, t, \sigma)$  порядка  $(0, 1, 1)$

$$b_j(\tau + \theta, t + k\omega, \sigma + k\omega) = b_j(\tau, t, \sigma) \in C_{\tau, t, \sigma}^{(0,1,1)}(R \times R^m \times R^m), (j = 1, 2) \quad \forall k \in Z^m, (2)$$

где  $\theta, \omega_1, \omega_2$  – рационально несоизмеримые периоды.

Поставим задачу: при выполнении условия (2) изучить вопрос о существовании периодических решений  $x(\tau, t, \sigma)$  линейного уравнения (1), удовлетворяющих условию

$$x(\tau + \theta, t + k\omega, \sigma + k\omega) = x(\tau, t, \sigma), \quad \forall k \in Z^m. \quad (3)$$

На основе замены  $x = x_1$ ,  $D_a x_1 = x_2$ ,  $D_a^2 x_1 = D_a x_2$  от линейного уравнения с оператором дифференцирования второго порядка (1) перейдем к линейной системе второго порядка

$$\begin{cases} D_a x_1 = x_2, \\ D_a x_2 = -[b_1(\tau, t, \sigma)x_2 + b_2(\tau, t, \sigma)x_1], \end{cases}$$

которую можно записать в виде

$$D_a x = B(\tau, t, \sigma)x, \quad (4)$$

где  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ D_a x_1 \end{pmatrix}$ ,  $B$  – матрица второго порядка с переменными коэффициентами вида

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b_2(\tau, t, \sigma) & -b_1(\tau, t, \sigma) \end{pmatrix}.$$

Для решения этой задачи сначала построим матрицант  $X(\tau, t, \sigma)$  однородной системы (4)

$$D_a X(\tau, t, \sigma) = B(\tau, t, \sigma)X(\tau, t, \sigma).$$

В силу (2) матрицант  $X(\tau, t, \sigma)$  обладает следующим свойством

$$X(\tau, t + k\omega, \sigma + k\omega) = X(\tau, t, \sigma) \in C_{\tau, t, \sigma}^{(0,1,1)}(R \times R^m \times R^m), \quad \forall k \in Z^m. \quad (5)$$

Очевидно, что решение  $x(\tau, t, \sigma)$  однородной системы (4) с начальной функцией  $u(t)$ , обладающей свойством  $\omega$ -периодичности

$$U = \{u(t) | u(t + k\omega) = u(t) \in C_t^{(1)}(R^m), \quad \forall k \in Z^m\} \quad (6)$$

при  $\tau = 0$  представляется в виде

$$x(\tau, t, \sigma) = X(\tau, t, \sigma) u(\sigma). \quad (7)$$

Итак, если  $u(t) \in U$ , то из соотношений (5) и (7) мы получим  $\omega$ -периодическое по  $(t, \sigma)$  решение однородной системы (4).

Теперь покажем, что решение, представленное соотношением (7) обладает свойством диагональной периодичности по  $\tau$ . Для этого положим

$$x(\tau + \theta, t, \sigma) = y(\tau, t, \sigma).$$

Легко убедиться, что  $y(\tau, t, \sigma)$  является также решением линейной однородной системы (4), причем удовлетворяет начальному условию  $y(0, t, \sigma) = x(\theta, t, \sigma)$ . В силу свойства единственности решений системы (4) получим

$$x(\theta, t, \sigma) = x(0, t, \sigma), \quad (8)$$

т.е. для обеспечения периодичности по  $\tau$  решения  $x(\tau, t, \sigma)$  системы (4) потребуем совпадения его с  $y(\tau, t, \sigma)$  при  $\tau = 0$ .

Таким образом, выполнение условий (6) и (8) обеспечивают  $(\theta, \omega, \omega)$ -периодичность решения по  $(\tau, t, \sigma)$ . Справедливо и обратное утверждение.

Теорема 1. Для того чтобы система (4) при условии (2) допускала  $(\theta, \omega, \omega)$ -периодическое по  $(\tau, t, \sigma)$  решение необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия (6) и (8).

Теперь рассмотрим линейное неоднородное уравнение

$$D_a^2 x + b_1(\tau, t, \sigma) D_a x + b_2(\tau, t, \sigma) x = f(\tau, t, \sigma), \quad (9)$$

где коэффициенты  $b_1(\tau, t, \sigma)$  и  $b_2(\tau, t, \sigma)$  удовлетворяют условию (2), а свободный член  $f(\tau, t, \sigma)$  удовлетворяет условию

$$f(\tau + \theta, t + k\omega, \sigma + k\omega) = f(\tau, t, \sigma) \in C_{\tau, t, \sigma}^{(0,1,1)}(R \times R^m \times R^m), \quad \forall k \in Z^m. \quad (10)$$

Ставится задача об исследовании вопроса существования и единственности  $(\theta, \omega, \omega)$ -периодического решения линейного неоднородного уравнения (9) при условиях (2) и (10).

Для этого от линейного неоднородного уравнения (9) перейдем к линейной системе

$$D_a x = B(\tau, t, \sigma) x + f(\tau, t, \sigma). \quad (11)$$

Предположим выполненным условие

$$\|X(\tau, t, \sigma) X^{-1}(s, t, \sigma)\| \leq \Gamma e^{-\gamma\tau}, \quad \tau \geq 0 \quad (12)$$

с постоянными  $\Gamma \geq 1$ ,  $\gamma > 0$ .

Очевидно, что при условии (12) однородная система, соответствующая системе (9) не имеет периодических решений, кроме нулевого.

Решение неоднородной системы (11) с начальной функцией  $u(t) \in U$  определяется соотношением

$$x(\tau, t, \sigma) = X(\tau, t, \sigma) u(\sigma) + \int_0^\tau X(\tau, t, \sigma) X^{-1}(s, t, \sigma) f(s, as, \sigma) ds. \quad (13)$$

Исходя из (13) методом последовательных приближений можно показать, что

$$x^*(\tau, t, \sigma) = \int_{-\infty}^\tau X(\tau, t, \sigma) X^{-1}(s, as, \sigma) f(s, as, \sigma) ds \quad (14)$$

является  $(\theta, \omega, \omega)$ -периодическим решением системы (11).

Теорема 2. Пусть выполнены условия (2), (10) и (12). Тогда неоднородная система (11) допускает единственное  $(\theta, \omega, \omega)$ -периодическое решение представимое соотношением (14).



Следствие. При условиях теоремы 2 линейное неоднородное уравнение (9) имеет единственное  $(\theta, \omega, \omega)$ -периодическое решение.

#### Список литературы

1. Арнольд В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 304с.
2. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1970. – 280с.
3. Тихонов В.А., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1980. – 232с.
4. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1958.
5. Харасахал В.Х. Почти периодические решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Алма-Ата: Наука, 1970. – 200с.
6. Умбетжанов Д.У. Почти периодические решения эволюционных уравнений. Алма-Ата: Наука, 1990. – 184с.
7. Сартабанов Ж.А. Об одном способе изучения периодических решений уравнений в частных производных специального вида // Изв. АН КазССР. Сер. физ.–мат., 1989. №1. С. 42-48.
8. Сартабанов Ж.А. Условия периодичности решений дифференциальных систем с многомерным временем // Изв. НАН РК Сер. физ.–мат., 2004, №3. С. 44-48.
9. Сартабанов Ж.А., Тасболатова С.Т.// Статья V Междунар. науч. конф. «Периодические решение линейного дифференциального уравнения второго порядка с оператором дифференцирования в силу заданной системы и потенциалом, постоянным на его характеристиках» (Актобе, 9-10 октября 2009г.) С. 112.
10. Сартабанов Ж.А., Кульжумиева А.А., Тасболатова С. Т. Статья Междунар. научно-технич. конф. «Ержановские чтение-3» «Периодические решение линейного дифференциального уравнения с оператором дифференцирования второго порядка в силу системы» (Актобе, 21-22 мая 2010г.) С. 250.

#### СЕКЦИЯ №3.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.03)

#### СЕКЦИЯ №4.

#### ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.04)

#### СЕКЦИЯ №5.

#### ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.05)

#### СЕКЦИЯ №6.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА, АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.06)

#### К ВОПРОСАМ ЧИСЕЛ ФИБОНАЧЧИ И ЗОЛОТОГО СЕЧЕНИЯ

Чупанов М.А., Чупанов А.М.

ФГБНУ Дагестанский научно-исследовательский институт сельского хозяйства, г.Махачкала

Annotation: Some studies Fibonacci numbers and their relationship with the roots of the Golden section are given.

Key words: Fibonacci numbers, the roots of the characteristic equation and the Golden ratio

К числам Фибоначчи проявляют интерес многие исследователи в области математики. Этот интерес

усиливает, кроме того, как некоторые авторы указывают, их косвенная связь с корнями  $\varphi; -\frac{1}{\varphi}$

характеристического уравнения  $x^2 - x - 1 = 0$  золотого сечения. Эта ситуация также выделяет ряды Фибоначчи среди других рядов последовательности, известных в математике. Но анализ показывает, что связь между числами Фибоначчи и корнями характеристического уравнения более чем реальная, и углубленный взгляд на этот вопрос демонстрирует ее неразрывность и красочность картины, которая в процессе этого вырисовывается.

Формально последовательность чисел Фибоначчи

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

(последовательность A000045 в OEIS)

задается линейным рекуррентным соотношением [1]

$$F = 0, F = 1, F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, \quad n \in \mathbb{N}$$

В действительности, последовательность чисел Фибоначчи характеризует предлагаемая формула

$$F_{1,618n} = F_n + F_{\frac{n}{1,618}}$$

или

$$F_{n\varphi} = F_n + F_{\frac{n}{\varphi}}$$

где  $n(\varphi)$  - число Фибоначчи;

$\varphi$  - один из корней уравнения золотого сечения.

Эта формула может быть выражена также и через второй корень уравнения.

Для изучения одной из форм связи произведем умножение (или деление) чисел Фибоначчи на корни уравнения золотого сечения.

$$\Phi_{\{2\}} \cdot \left(-\frac{1}{\varphi}\right) = -\phi^{\xi},$$

$$\Phi_{\{2\}} \cdot (\varphi) = \phi^{\xi},$$

$$\Phi_{\{3\}} \cdot \left(-\frac{1}{\varphi}\right) = -\phi_{-\xi},$$

$$\Phi_{\{3\}} \cdot (\varphi) = \phi_{-\xi},$$

$$\Phi_{\{5\}} \cdot \left(-\frac{1}{\varphi}\right) = -\phi^{+\xi},$$

$$\Phi_{\{5\}} \cdot (\varphi) = \phi^{+\xi},$$

$$\Phi_{\{n_i\}} \cdot \left(-\frac{1}{\varphi}\right) = -\phi^{\xi_k}, \quad \Phi_{\{n_i\}} \cdot (\varphi) = \phi^{\xi_k},$$

$$\Phi_{\{n_j\}} \cdot \left(-\frac{1}{\varphi}\right) = -\phi_{-\xi_m}, \quad \Phi_{\{n_j\}} \cdot (\varphi) = \phi_{-\xi_m},$$

где  $\Phi_{\{n_{ij}\}}$  - число Фибоначчи (целое число Фибоначчи);

$\phi_{-\xi}^{+\xi}$  - нецелое число Фибоначчи;

$\xi, -\xi$  - значения недостающих отклонений до целого числа Фибоначчи.

Знаки ( $\pm$ ) - означают больше или меньше целого числа.

Если

$$\lim_{k, m \rightarrow 0} \left\| \begin{pmatrix} +\xi_k \\ -\xi_m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} +\xi_m \\ -\xi_k \end{pmatrix} \right\| = A,$$

то

$$\lim_{n_{ij} \rightarrow \infty} A \rightarrow 0,$$

где k, m- бесконечно малые значения недостающих отклонений ( $\begin{pmatrix} +\xi \\ -\xi \end{pmatrix}$ ), стремящиеся к 0, при числах Фибоначчи  $n_{ij} = 0, 1, 1, 2, 3, \dots$ , стремящихся в бесконечную двустороннюю последовательность.

Подставим значения чисел Фибоначчи в приведенные формулы:  $2 \cdot (-0,618) = -1,236^{0,236}$

$$2 \cdot 1,618 = 3,236^{0,236}$$

$$3 \cdot (-0,618) = -1,856^{0,146},$$

$$3 \cdot 1,618 = 4,856^{0,146},$$

$$5 \cdot (-0,618) = -3,09^{0,09},$$

$$5 \cdot 1,618 = 8,09^{0,09}$$

т. е.

$$\begin{aligned} \xi \text{ от } \{2\} &= 0,236, \\ -\xi \text{ от } \{3\} &= -0,146, \\ \xi \text{ от } \{5\} &= 0,09, \\ -\xi \text{ от } \{8\} &= -0,056, \\ \xi \text{ от } \{13\} &= 0,034, \\ &\text{и т. д.} \end{aligned}$$

Обратим внимание на четкую знак переменность отклонений ( $\begin{pmatrix} +\xi \\ -\xi \end{pmatrix}$ ), происходящую с увеличением значений чисел Фибоначчи. При этом в абсолютном значении они уменьшаются пропорционально корням ( $\varphi; -\frac{1}{\varphi}$ ), но и в то же время соблюдается разность к уменьшаемым отклонениям.

То есть,

$$\begin{aligned} 0,236 \cdot (-0,618) &= -0,146, \\ -0,146 \cdot (-0,618) &= 0,09, \\ 0,09 \cdot (-0,618) &= -0,056 \\ &\text{и т. д.} \end{aligned}$$

Теперь, произведем вычитания

$$\begin{aligned} 0,236 - 0,146 &= 0,09, \\ -0,146 - 0,09 &= -0,056, \\ 0,09 - 0,056 &= 0,034 \\ &\text{и т. д.} \end{aligned}$$

Такая пропорциональность в проведенных вычислениях вполне была бы объяснима и связана в данном примере с корнем ( $-\frac{1}{\varphi}$ ), но тогда связь должна была бы быть прямо пропорциональной, а в данном случае она обратно пропорциональна.

Вызывает интерес тот факт, что указанная выше пропорциональность с переменными знаками происходит до числа 144. Дальше, все отклонения ( $\xi$ ) имеют знак (-). В то же время, начиная с числа Фибоначчи 6765, отклонения имеют обратный отсчет с небольшой разницей их значений, по сравнению с отклонениями у начальных чисел 2,3,5 и т. д.

То есть от:

$$\Phi_{\{6765\}} = \xi_{-0,230}$$

$$\Phi_{\{4181\}} = \xi_{-0,142}$$

$$\Phi_{\{2584\}} = \xi_{-0,088}$$

$$\Phi_{\{1597\}} = \xi_{-0,054}$$

$$\Phi_{\{987\}} = \xi_{-0,034}$$

Не трудно видеть, что и в этих значениях отклонений указанная выше пропорциональность также строго соблюдается. Но опять-таки до числа 144.

Число 144 указывает на наличие в числах Фибоначчи граничной области и, кроме того, это число является единственным в числах Фибоначчи, из которого извлекается корень, целое число 12, если конечно не считать 1 и 0.

Может быть, в этой цифре заключен некий пока не видимый смысл, который надо еще изучать.

#### **Список литературы**

1. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. – Наука, 1978. т. 39. (Популярные лекции по математике).
2. Лаврус В. Золотое сечение / Статья. Наука и техника. 2010, с.1-12.
3. Золотое сечение / Материал из Википедии.
4. Числа Фибоначчи / Материал из Википедии.

### **СЕКЦИЯ №7.**

#### **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.07)**

### **СЕКЦИЯ №8.**

#### **ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.01.09)**

#### **МЕХАНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.00)**

### **СЕКЦИЯ №9.**

#### **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.01)**

### **СЕКЦИЯ №10.**

#### **МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.04)**

### **НАУКИ О МАТЕРИАЛАХ. ОТ АНТИЧНОСТИ ДО НАШИХ ДНЕЙ**

**Башмаков Е.Г.**

МГУПИ, РФ, г.Москва

В данной работе кратко описано текущее состояние теорий пластичности и упругости, их проблемы, а также ход становления этих теорий как наук в процессе развития общества.

Введение.

Прочность – это комплекс свойств материалов и конструкций, изучаемый в настоящее время различными науками. Знание о прочности востребовано многими технологиями: строительством зданий и сооружений, механикой машин, самолето-, ракето-, судостроением, медициной и другими. Несмотря на очевидную необходимость теоретических расчетов, наблюдается разрыв и, пожалуй, отставание теорий от требований

практики: инженеры и сегодня используют приближенные расчеты, широко применяя таблицы с численными параметрами. Теория не может объяснить простым способом имеющиеся факты и, зачастую, не может предсказать результаты экспериментов.

Существует несколько дисциплин, занимающихся прочностью материалов под разными углами. Ключевые, например, для строительных технологий науки – это теория упругости, теории пластичности и ползучести, и базирующаяся на них наука о сопротивлении материалов.

#### 1 От античности до средневековья.

Древние люди прекрасно знали, какая прочность у разных горных пород, так как умели этим пользоваться, о чем свидетельствуют дошедшие до нас постройки на разных континентах. Однако древние методы не сохранились, поэтому целесообразно говорить о научном подходе к строительству со времен античности: уже в V веке до н.э. в Средиземноморье существовали города с развитой инфраструктурой. Античные конструкторы умели рассчитывать грузоподъемность механизмов и судов, мощность катапульт, конструкцию храмов и акведуков. Примерно через 300 лет после Аристотеля Витрувий написал свою энциклопедию «10 книг об архитектуре», где подробно изложил, как построить город, начиная от выбора правильного места. Характерной чертой этой работы является полное отсутствие теоретичности в части выбора, подготовки и использования стройматериалов: глина для кирпичей такая-то, свай таких-то столько и т.п. [3].

Хотя в Европе широко использовались другие горные породы для строительства, а стиль и задачи архитектуры изменились, книги Витрувия почти 2000 лет обрастали переводами и комментариями – до XVIIIв. Комментаторы обсуждали строительные технологии, пропорции зданий и их элементов, механику строительных машин, архитектурный стиль, но никто не предложил теорию, похожую на теорию упругости или пластичности. За двадцать веков не сделано ни единого шага в этом направлении. Галилей построил телескоп и проделал свои знаменитые опыты, Левенгук открыл бактерии и их роль в распространении болезней. А то, чем все пользуются, что всем регулярно нужно, даже не начало становиться наукой.

#### 2 Предпосылки развития теории.

В 1678 Гук открыл закон, связывавший малую деформацию и приложенное усилие. В конце XVIIв. Ньютон опубликовал «Математические начала натуральной философии» после чего три закона Ньютона надолго стали базой всех физических расчетов. Аппарат математического анализа, разработка которого начата Архимедом, также вошел в сферу интересов научных кругов. Это позволило строго решать задачи, которые ранее лишь умозрительно оценивались.

Начиная с середины XVIIIв., отношение людей к себе, к окружающим и к жизни в целом изменилось и подталкивало к переустройству общества в целом. Для наук самым важным следствием стала индустриальная революция: бурный рост числа промышленных предприятий и активное строительство железных дорог.

Другой, довольно неожиданный, фактор также оказался сильным стимулом к развитию наук о прочности – тотальная внутренняя ориентация, психологическая установка «новых капиталистов» на учет. Строгий учет даже небольших сумм вдруг стал важен. Он даже считался добродетелью и поощрялся пуританским обществом [2]. Таким образом, не только тяга к познанию, но и насущные запросы общества и отдельных личностей буквально заставили теорию догонять практику.

Поскольку спрос на здания, мосты, рельсы и механизмы стал массовым, прежние эмпирические методы не успевали и стали непозволительно дорогими. В отличие, например, от астрономии, где наблюдения условно бесплатны, приборы просты, но обеспечивают высокую точность и не изнашиваются, наблюдения за зданиями и мостами бесплатны до момента разрушения. Даже простое испытание образцов (не конструкций), скажем, на разрыв требует значительных вложений: измерительные приборы дороги, сложны, изнашиваются и теряют калибровку. Необходим обученный персонал и инфраструктура для производства и доставки к месту испытаний множества идентичных образцов. Для испытаний сплавов и, например, бетона, применяются разные методы и аппараты. Для целей строительства необходимы измерения в широком диапазоне температур, влажностей, при циклических нагрузках и т.п. Тем не менее, такие измерения дают лишь число – размер предельной нагрузки при заданных условиях, но не объясняют причин и, соответственно, не имеют прогнозной силы. И все это не снимает исходного вопроса об измерении прочности и износа конструкции в целом.

Для европейского склада ума наиболее простой обходной путь – замена испытаний моделированием, особенно наиболее дешевым и безопасным его видом – математическим моделированием. А для этого нужны соответствующие теория и математический аппарат.

#### 3 Рождение теории упругости.

Итак, в конце XVIIв. Ньютон придумал и опубликовал совершенно другие подходы для описания и исследования окружающих явлений. Первым применением стала динамика абсолютно твердого тела, на примере которой подходы показали себя не только научными, но и передовыми, поэтому уже в начале XVIIIв.

крупнейшие ученые начали применять их в других задачах. Нельзя не подчеркнуть, тем не менее, что их труды нередко были откликом на запросы государства, академий и нарождавшейся буржуазии. Так первый из мемуаров Эйлера по кораблестроению был написан на конкурс, объявленный в 1727г. Парижской Академией наук, а его трактат «Корабельная наука» был подготовлен в 1749 в связи с деятельностью Эйлера в качестве действительного члена Петербургской Академии наук [19].

В это же время перед строительной механикой и теорией сооружений возникла задача по расчету равновесия систем под действием внешних сил (движущегося поезда). Это двухкомпонентная задача, для решения которой обязательно совместить знание статики, известное еще с античности, со знанием механических свойств материалов.

В начале XVIIIв. теория строительного дела была еще слабо развита, ею занимались не инженеры, а ученые-теоретики. Строительным материалом служил, как и 2000 лет назад, в основном, камень, поэтому исследование упругих деформаций не являлось первоочередной задачей в прикладном отношении. В период промышленной революции начались попытки строительства мостов из стали и чугуна, и картина изменилась: в развитие науки включились крупные инженеры.

Одной из первых решенных «строительных» задач стала простая, но важная задача расчета продольного изгиба стержня или колонны. Опора при сжатии находилась в зоне упругих деформаций и не разрушалась, но абсолютное значение деформации могло стать недопустимо большим, например, за счет изгиба, что разрушало конструкцию в целом. Система теряла устойчивость, несмотря на достаточную прочность каждого элемента. Эту задачу решали Эйлер и Лагранж, но они не довели решение до возможности использования инженерами. Необходимы были значения констант упругих свойств материалов, и их отсутствие послужило главным тормозом при внедрении полученных формул в практику. Кулон решал эту же задачу постановкой эксперимента, но его идеи также не получили развития в свое время, хотя позже были с успехом использованы на протяжении более ста лет. Как видно выше, даже простая задача теории упругости была далеко не сразу решена крупнейшими учеными своего времени.

К началу XIXв. ученые уже понимали необходимость создания теории в строительной механике для решения практических задач, а инженеры-строители со своей стороны очень редко осознавали эту необходимость. Соответственно, они не стимулировали ее развитие, не поставляли практические данные, не предлагали идей. Для выведения формул нужны численные значения параметров, которые также могли дать только инженеры.

В 1808г. Юнгом сделано ключевое открытие теории упругости и науки о сопротивлении материалов – вводится понятие модуля упругости, названного впоследствии в честь Юнга. Но наиболее важную роль в первой трети XIXв. играли французские ученые: Пуассон, Коши, Навье. Навье и другие механики-теоретики обратились к предельным величинам напряжений, до достижения которых материал обладает упругими деформациями. Это был основной импульс со стороны науки о сопротивлении материалов, привлечший внимание к теории упругости. Отсюда берет начало молекулярная модель структуры упругого тела с взаимодействующими частицами. Эти же положения легли в основу построений теории пластин и оболочек [24].

#### 4 Развитие теории упругости, зарождение теорий пластичности и ползучести

Во второй половине XIX Ламе и Клапейрон плодотворно развивали теорию Навье. Развитие решения Ламе задачи об осесимметричной деформации толстостенной трубы было проделано русским академиком А.В. Гадолиным и применено для расчета стволов артиллерийских орудий. Происходившая одновременно с этим эволюция физического взгляда на материю заставила отказаться от гипотезы Навье о материи как о системе материальных точек, связанных действием центральных сил, в пользу гипотезы о сплошности материи, с которой связываются наиболее выдающиеся работы по теории упругости [15, 25, 28].

Один из важных выводов Сен-Венана – ошибочность расчетов Навье по задаче о кручении призматических тел. Второй важный вывод Сен-Венана состоял в том, что элементарная теория изгиба, созданная Эйлером и Бернулли в XVIIIв., обладает хорошей точностью и достаточна для практических целей [24]. В это же время Стокс исследовал динамический прогиб мостов, а Кирхгоф построил первую фундаментальную теорию изгиба пластин, которая на много лет опередила практику.

Одновременно с осмыслением сущности физических явлений теория упругости оформляется математически. Основная работа в этом аспекте – руководство Клебша (1872). К этому времени начались попытки учесть температурные эффекты. В частности, этим вопросом занимался Максвелл [19].

В России в середине XIXв. началось строительство железной дороги из Петербурга в Москву, что повлекло за собой значительный объем проектно-исследовательских работ. В исследованиях Д.И. Журавского впервые дана математическая трактовка сдвига, показано существование и важность для расчетов касательных напряжений.

В середине XIXв. открыта усталость материалов, учет которой был важен для безопасности подвижного состава. Это открытие означало, что подход к материалу как к «забычивому» веществу, абсолютной сплошной среде неверен, и требуется новый.

К концу XIXв. решаемые задачи настолько усложнились, что потребовалась отдельная разработка методов их решения для инженеров-практиков. Наиболее известными и популярными методами стали графические методы Кульмана и Максвелла [19].

Тогда же возникла необходимость принимать в расчет пластические свойства материалов. Это было нужно в первую очередь для обеспечения развития техники. Но на основе полученных данных удалось начать разрабатывать новую теорию – пластичности.

По мере наработки точных замеров приходится наращивать сложность модели вещества и соответствующего математического аппарата. Внутри математики как бы образуется область «теории сплошной среды»: для целей теории упругости придуман тензор, разрабатываются специальные уравнения и методы их решения. К середине XIXв. в этой науке не осталось великих универсальных ученых калибра Эйлера или Лагранжа. Открытия совершаются всё более узкими специалистами, имена и выводы которых знакомы только тем, кто непосредственно работает с предметом: В.Л. Кирпичев, И.Г. Бубнов, Б.Г. Галеркин и другие российские, советские и иностранные ученые. Внутри теории упругости появляются отдельные направления, наиболее важные из которых – задачи по устойчивости сферических и цилиндрических оболочек, применяемые в ракетно-, самолето- и судостроении.

Начиная с Сен-Венана, разрабатывается теория пластичности, и закладываются основы теории ползучести как особого случая пластичности. Так очевидный факт, что любой твердый материал можно необратимо деформировать, начал обрастать уравнениями 150 лет назад. А чуть менее очевидный факт, что прилагаемое усилие для необратимой деформации зависит от «истории» напряжения этого материала, получил формальную запись только в XXв.

Первая математическая формулировка теории пластичности сделана Сен-Венаном в 1870-х на основании опытов французского инженера Г. Треска. В начале XXв. его работы продолжили Р. Мизес, Л. Прандтль, а чуть позже – А. Надаи, Д. Друккер, В.В. Соколовский и другие.

Теория ползучести появилась ближе к середине XXв. на основе исследований, проведенных в 1920-х. Общий характер исследований определяется тем, что проблема представляла большую важность для энергомашиностроения, и инженеры были вынуждены искать простые способы решать практические задачи. Значительный объем последующих исследований как в СССР, так и по всему миру обусловлен важностью получаемых результатов: расчет поведения бетона при старении, расчет прочности конструкций из полимеров на долгосрочный период и другие.

#### 5 Современное состояние наук о материалах.

Развитие теорий упругости, пластичности и ползучести исторически шло от описания явления – зафиксировать внешние условия, при которых образец разрушился или стал испытывать пластическую деформацию, и измерить время и нагрузку. Полученные данные вполне можно использовать для интерполяции, но не для предсказания новых явлений.

Для выхода из этого «порочного круга» применяется моделирование деформаций на основе определяющих соотношений. Это позволило предсказать изменение упругих модулей при пластических деформациях и существование разупрочняющихся материалов, что впоследствии было обнаружено экспериментально [4-6, 11, 30, 31].

В многочисленных монографиях предложены разнообразные подходы к построению определяющих соотношений для упруго-пластических сред [7, 8, 10, 12, 14-17, 21-23, 25-27, 29]. Однако переход к определяющим соотношениям – это не решение, а просто перенос проблемы моделирования деформации сплошной среды в другое место «плоскости» феноменологического подхода.

В последние тридцать лет в данных теориях произошел возврат к взгляду на вещество как на дискретную сущность, что должно позволить определить каждое явление изнутри. То есть деформация и разрушение – это перемещение атомов и разрыв связей между ними, что и требуется описать. Такому повороту способствовали три фактора. Первый – новые исследовательские и измерительные приборы обеспечивали немыслимую ранее точность. Второй – смешение наук, в том числе проникновение термодинамического и квантовомеханического подходов в другие науки. Яркие примеры такого синтеза – физическая химия и квантовая химия. Третий фактор – стремительный рост мощности и доступности электронных вычислительных машин. Моделирование перешло на новый уровень.

Тем не менее, возможности современных компьютеров по расчету поведения групп атомов недостаточны даже для описания одного зерна в поликристалле, а упругость и пластичность – это явления всего тела в целом,

т.е. нужно учитывать взаимодействие зерен или даже групп зерен, если материал содержит включения. Нужно также каким-то способом смоделировать микротрещины и полости, а это от десятков тысяч до миллиардов атомов: армирование бетона, клепаные соединения, поведение грунтов при разной влажности. Важность детализации можно продемонстрировать на примере легирования: в сплав добавляется менее 1% легирующего вещества – примеси, чтобы получить совершенно другую ударную прочность, вязкость или упругость. Примесь и вакансии – наиболее простые дефекты решетки – точечные, они вполне поддаются моделированию. Уже одномерные дефекты, несводимые к совокупности точечных дефектов, – дислокации сложно моделировать расчетом движения атомов.

Современное развитие науки и техники не позволяет описать и рассчитать деформацию как поведение атомов, поддерживая устаревшие подходы. Ключевым препятствием является, по-видимому, состояние аппарата формализации таких задач: математика сейчас единственный инструмент в этой области, а базовый метод формализации – исчисление бесконечно малых. Даже в наиболее простом случае – в теории упругости – общие уравнения чрезвычайно сложны, решить их точно не представляется возможным.

Появление компьютеров лишь незначительно изменило ситуацию: получается не более точный расчет, а более быстрый расчет заведомо неточных решений – методологически неустранимые потери информации происходят в ходе моделирования трижды. Во-первых, теория описывает тела как сплошные, теряя при этом ключевую часть информации; во-вторых, даже при таком допущении получаются сложные уравнения для каждой точки тела, а их бесконечное количество; в-третьих, компьютер работает с дискретными величинами, и их число заведомо конечно.

В последнее десятилетие для «дискретизации» вещества применяется метод конечных элементов (МКЭ), в котором тело разбивается на малые непрерывные объемы с заданными упругими модулями, а между объемами указываются условия их интеграции [1, 9, 13, 18, 20]. В этих объемах дефекты решетки учтены макропараметрами – упругими модулями, а взаимодействие зерен и микротрещины – это условие стыковки объемов. Такой гибридный подход показал себя более перспективным: взяв относительно небольшое число конечных объемов, можно смоделировать тело значительных размеров. По сравнению с другими численными методами МКЭ характеризуется легкостью алгоритмизации, инвариантностью алгоритма по отношению к классу рассчитываемого объекта, возможностью получения решения для неоднородных по свойствам объектов, простотой реализации любых граничных условий и т.д.

Закключение.

Сегодня классический подход к описанию поведения материалов как сплошных сред практически исчерпал себя и не позволяет сделать открытие или предсказать результаты новых экспериментов. Более прогрессивный – комбинированный подход, с использованием знаний из других областей: термодинамики, физики твердого тела, квантовой механики. Теории упругости, пластичности и ползучести в их стандартном, как 50 лет назад, понимании завершены: теперь под их вывесками другие, более сложные науки. Они пытаются феноменологически описать реальные материалы, обладающие различными реальными дефектами.

Дискретное описание веществ выглядит более многообещающим: оно позволяет моделировать поведение веществ разного состава и структуры, обнаруживать разные дефекты и рассчитывать их влияние на прочностные характеристики. Для полноценной реализации, однако, требуются значительные шаги в математике.

Несмотря на немаловажные успехи как в теории, в ее математизации, так и в моделировании, полученных знаний явно недостаточно, чтобы детально описать поведение деформируемых тел в большинстве случаев. Поэтому одни инженеры еще некоторое время будут пользоваться расчетами по таблицам, другие инженеры будут формировать таблицы для новых материалов, и все они будут ждать от ученых значительных шагов и эффективных действий в развитии наук о прочности материалов.

#### Список литературы

- 1 Агапов В.П. Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости пространственных подкрепленных конструкций. – М: АСВ, 2000, 152 с.
- 2 Вебер М. Протестантская этика и дух капитализма. // ([http://chisineu.files.wordpress.com/2012/09/biblioteca\\_protestanskaya\\_etiketa\\_weber.pdf](http://chisineu.files.wordpress.com/2012/09/biblioteca_protestanskaya_etiketa_weber.pdf)).
- 3 Витрувий М. 10 книг об архитектуре. / Пер. Ф.А. Петровского. – «Академия архитектуры», 1936.
- 4 Жуков А.М. Пластические деформации стали при сложном нагружении. //Изв. АН СССР, ОТН, №11, 1954, с. 53-61.
- 5 Жуков А.М. Упругие свойства пластически деформированного металла и сложное нагружение. //Ин. механики АН СССР, Инж. сб., том XXX, 1960, с. 3-16.



- 6 Жуков А.М. Поведение металлов при разгрузке и повторной нагрузке. //Инж. журнал, Том 1, вып. 1, 1961, с. 124-133.
- 7 Зубчанинов В.Г. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1990, 386 с.
- 8 Зуев В.В. Определяющие соотношения и динамические задачи для упруго-пластических сред с усложненными свойствами. – М.: ФМ, 2006.-174с. ISBN- 5-94052-123-1.
- 9 Зуев В.В., Шмелева А.Г. Моделирование поведения слоистых защитных преград. Промышленные АСУ и контроллеры. Математическое обеспечение АСУ. № 12. М.: Научтехлитиздат. 2009, с. 28-30.
- 10 Зуев В.В., Шмелева А.Г. Некоторые актуальные задачи динамического нагружения упруго-пластических сред с усложненными свойствами // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Н. Новгород: ННГУ им. Н.И. Лобачевского. 2011, №4, часть 5, с. 2189-2191.
- 11 Зуев В.В., Шмелева А.Г. Некоторые динамические задачи для сред с разупрочнением //Труды конференции «Наследственная механика деформирования и разрушения твердых тел – научное наследие Ю.Н. Работнова». М: Изд-во ИМАШ РАН, 2014, с. 53-56.
- 12 Зуев В.В., Шмелёва А.Г. Осесимметричное ударное нагружение упруго-пластической среды с разупрочнением и переменными упругими свойствами. Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2007. №2(52). С.100-106.
- 13 Зуев В.В., Шмелева А.Г. Разработка прикладных программных систем для анализа деформирования и разрушения конструкций и сооружений при динамических воздействиях // Сборник трудов XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. М.: МАИ, 2013, с. 350-352.
- 14 Ивлев Д.Д., Быковцев Г.И. Теория упрочняющегося пластического тела. – М., Наука, 1971, 232с.
- 15 Ильюшин А.А. Труды (1946-1966). Т. 2. Пластичность. – М. ФМ, 2004.
- 16 Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969, 420 с.
- 17 Коробейников С.Н., Нелинейное деформирование твердых тел. – Новосибирск: Изд. СО РАН, 2000, 262 с.
- 18 Кувыркин Г.Н. Термомеханика деформируемого твердого тела при высокоинтенсивном нагружении. – М.: Изд-во МГТУ, 1993, 142 с.
- 19 Мандрыка А.П. Взаимосвязь механики и техники (1770-1970). АН СССР, институт истории естествознания и техники – Л.: «Наука», ленинградское отделение, 1975.
- 20 Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. – М.: Высш. шк., 1985, 392 с.
- 21 Прагер В. Проблемы теории пластичности. – М., Мир, 1958, 136с.
- 22 Пэжина П. Основные вопросы вязкопластичности. – М.: Мир, 1968, 176с.
- 23 Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988, 712 с.
- 24 Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. – М.: «Высшая школа», 1982.
- 25 Седов Л.И. Механика сплошной среды. – М.: Наука, Т2, 1976, 576 с.
- 26 Толоконников Л.А. Механика деформируемого твердого тела. М.: Высшая школа, 1979, 318 с.
- 27 Циглер Ф. Механика твердых тел и жидкостей. Перевод с англ. – Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2002, 912 с.
- 28 Шемякин Е.И. Вопросы прочности твердых тел и горных пород //Сборник статей к 75-летию Шемякина/Под ред. Д.Д. Ивлева, Н.Ф. Морозова. -М.:ФИЗМАТЛИТ,2006. с.26-45.
- 29 Шмелева А.Г. Ударное нагружение пластических сред. LAP Lambert Academic Publishing, 2012, 128 с.
- 30 Bieniawski Z.T. Deformational behavior of fractured rock under multiaxial compression. //Proc. Struct. Solid Mech. Engng. Design. Southhampton. Part 1, 1969, pp. 589-598.
- 31 Naghdi P. M., Trapp J. A. The significance of formulating plasticity theory with reference to loading surfaces in strain space. // Int. J. Eng. Sci., 1975, v. 13, pp. 785- 797.

## **СЕКЦИЯ №11.**

### **МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.05)**

**СЕКЦИЯ №12.  
ДИНАМИКА, ПРОЧНОСТЬ МАШИН, ПРИБОРОВ И АППАРАТУРЫ  
(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.06)**

**СЕКЦИЯ №13.  
БИОМЕХАНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.02.08)**

**АСТРОНОМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.03.00)**

**СЕКЦИЯ №14.  
АСТРОМЕТРИЯ И НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.03.01)**

**СЕКЦИЯ №15.  
АСТРОФИЗИКА И ЗВЕЗДНАЯ АСТРОНОМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.03.02)**

**СЕКЦИЯ №16.  
ФИЗИКА СОЛНЦА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.03.03)**

**СЕКЦИЯ №17.  
ПЛАНЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.03.04)**

**ФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.00)**

**СЕКЦИЯ №18.  
ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ  
(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.01)**

**СЕКЦИЯ №19.  
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.02)**

**СЕКЦИЯ №20.  
РАДИОФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.03)**

**СЕКЦИЯ №21.  
ФИЗИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.04)**

**СЕКЦИЯ №22.  
ОПТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.05)**

**СЕКЦИЯ №23.  
АКУСТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.06)**

**СЕКЦИЯ №24.  
ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.07)**

**СЕКЦИЯ №25.  
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.08)**

**СЕКЦИЯ №26.  
ФИЗИКА НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.09)**

**СЕКЦИЯ №27.  
ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.10)**

**СЕКЦИЯ №28.  
ФИЗИКА МАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.11)**

**СЕКЦИЯ №29.  
ЭЛЕКТРОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ  
(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.13)**

**СЕКЦИЯ №30.  
ТЕПЛОФИЗИКА И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ТЕПЛОТЕХНИКА  
(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.14)**

**СЕКЦИЯ №31.  
ФИЗИКА И ТЕХНОЛОГИЯ НАНОСТРУКТУР, АТОМНАЯ И МОЛЕКУЛЯРНАЯ  
ФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.15)**

**СЕКЦИЯ №32.  
ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ  
(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.16)**

## СЕКЦИЯ №33.

### ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА, ГОРЕНИЕ И ВЗРЫВ, ФИЗИКА ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ ВЕЩЕСТВА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.17)

#### ОПТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАНОЧАСТИЦ ВОЛЬФРАМА В ПРОЗРАЧНОЙ МАТРИЦЕ

Каленский А.В., Никитин А.П., Газенаур Н.В.

ФГБОУ ВПО «Кемеровский Государственный Университет», г. Кемерово

В статье представлены результаты расчетов коэффициентов эффективности поглощения и рассеяния света наночастицами вольфрама в прозрачной матрице с параметрами тетранитратапентаэритрита. Значения комплексного показателя преломления для частиц вольфрама на первой и второй гармониках неодимового лазера (1064 и 532 нм) получены кубической интерполяцией табличных данных. Показано, что наночастицы радиусом около 53 нм, поглощают излучение второй гармоники неодимового лазера наиболее эффективно. В то же время переход от первой ко второй гармонике приводит увеличению на 7% коэффициента эффективности поглощения, что значительно меньше, чем для большинства металлов.

Ключевые слова: Коэффициент эффективности поглощения; наночастицы; пентаэритриттетранитрат; теория Ми.

#### THE OPTICAL CHARACTERISTICS OF NANOPARTICLES OF THE TUNGSTEN IN THE TRANSPARENT MATRIX

Kalenskii A.V., Nikitin A.P., Gazenaur N.V.

Kemerovo State University, Kemerovo

The article presents the results of calculations of the absorptivity and scattering of light by nanoparticles of tungsten in a transparent matrix with parameters PETN. The values of the complex refractive index of the particles of tungsten on the first and second harmonic of a neodymium laser (1064 nm and 532 nm) were obtained cubic interpolation of tabular data. It has been shown that nanoparticles about 53 nm in radius, absorb radiation of the second harmonic of a neodymium laser is most effective. At the same time, the transition from the first to the second harmonic results in a 7% increase in the absorptivity, which is substantially less than most metals.

Key words: Absorptivity; nanoparticles; PETN; Mie theory.

Композиты на основе наночастиц металлов и прозрачной матрицы представляют особый интерес для лазерной физики и оптоэлектроники [10]. Поэтому экспериментальному и теоретическому исследованию оптических свойств наночастиц металлов посвящен широкий спектр работ [3-4,9]. Актуальность проблемы заключается в возможности практического использования процессов поглощения и рассеяния света наночастицами в солнечных батареях, переключающих устройствах нелинейной оптики, и оптических детонаторах [2,5]. Композиты на основе вольфрама широко востребованы в качестве прочного, износостойкого материала. Кроме того, наночастицы вольфрама проявляют высокую каталитическую активность, и могут в перспективе служить заменой благородных (дорогих) металлов. Взаимодействие излучения с наночастицей приводит к ее нагреванию и может инициировать нелинейные физико-химические процессы в материале матрицы [1,16]. В случае устройств нелинейной оптики возникающие термоупругие напряжения способны вызвать деградацию потребительных свойств материала. С другой стороны, оптимизация составов капсулей оптических детонаторов требует, чтобы взрывное разложение вещества начиналось при наименьших значениях плотности энергии лазерного импульса [6,12]. Целью настоящей работы является оценка коэффициентов эффективности поглощения и рассеяния наночастиц вольфрама в прозрачных матрицах с параметрами тетранитратапентаэритрита (тэна) для первой и второй гармоник неодимового лазера.

Коэффициенты эффективности поглощения ( $Q_{abs}$ ) и рассеяния ( $Q_{sca}$ ) сферическим наночастицами определенного радиуса рассчитывались в рамках теории Ми. Для оценки оптических характеристик наночастиц необходимо использовать значение комплексного показателя преломления для интересующей длины волны ( $m_i$ ) [11]. В работе реализована методика кубической интерполяции имеющихся экспериментальных данных [7] методом наименьших квадратов. Для расчета брались 6 ближайших точек. Так как показатель преломления

металлов состоит из двух частей (действительной и мнимой), то при каждой длины волны ( $\lambda$ ) обе части определялись отдельно.

Значения комплексного показателя преломления для длины волны 1064 нм составили 2.986 (действительная часть), и 3.763 (мнимая часть). В итоге получен следующий комплексный показатель преломления вольфрама  $m_i=2.986-3.763i$ . Для второй гармоники соответствующее значение  $m_i=3.141-2.431i$ . При переходе от первой гармоники ко второй, действительная часть показателя преломления увеличивается на  $\approx 5\%$ , а мнимая уменьшается в 1.5 раза.

Кроме  $m_i$  коэффициенты эффективности рассеяния и поглощения существенно зависят от показателя преломления матрицы ( $m_0$ ). Следует отметить, что для многих органических веществ показатель преломления близок к 1.5, например, для гексогена – 1.5, тэна – 1.54. Большинство

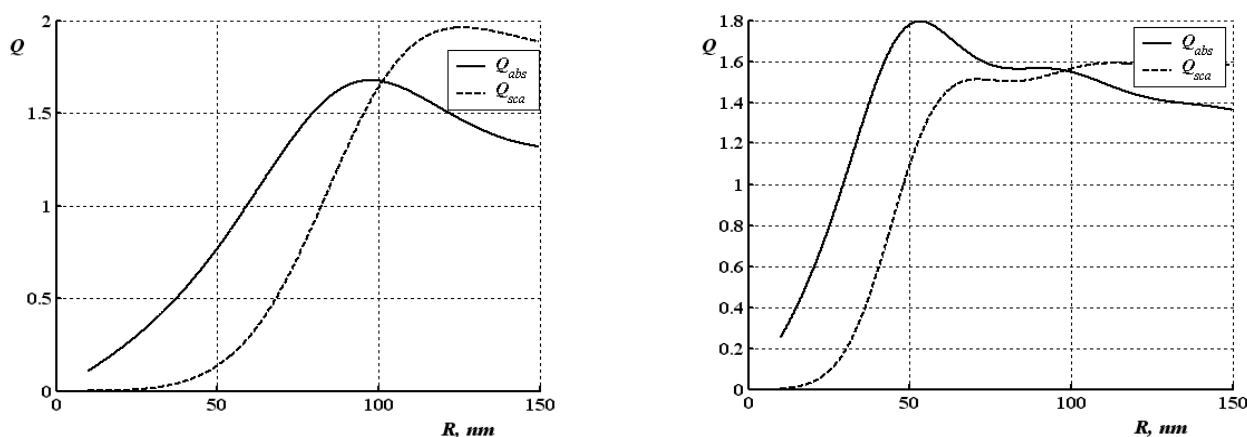


Рис.1. Зависимости коэффициентов эффективности поглощения и рассеяния света: а-1064 нм, б-532 нм; от радиуса наночастиц вольфрама в матрице тэна.

теоретических и экспериментальных работ по определению оптических характеристик металлов выполнены на матрице тэна [2-10,12-17]. Для возможности сравнить полученные результаты для вольфрама с оптическими характеристиками других металлов, в работе использована матрица с параметрами тэна. Рассчитанные зависимости  $Q_{sca}$  и  $Q_{abs}$  от радиуса наночастиц вольфрама ( $R$ ) в матрице тэна для первой гармоники неодимового лазера (1064 нм) представлены на рисунке 1.а. Зависимости имеют абсолютные максимумы ( $Q_{sca\_max}$  и  $Q_{abs\_max}$ ), значения которых составляют  $Q_{sca\_max} = 1.961$  и  $Q_{abs\_max} = 1.677$ , при радиусах наночастиц  $R_{sca\_max} = 126$  нм и  $R_{abs\_max} = 97.6$  нм, соответственно. Для радиусов наночастиц больших 62 нм значение коэффициента эффективности поглощения больше 1. Наночастицы вольфрама с радиусами меньше 50 нм практически не рассеивают излучение первой гармоники неодимового лазера. В области радиусов меньших 101 нм, поглощение преобладает над рассеянием.

На Рисунке 1.б представлены рассчитанные зависимости коэффициентов эффективности поглощения и рассеяния света от радиуса наночастиц вольфрама в матрице тэна на второй гармонике неодимового лазера. Зависимости для длины волны  $\lambda = 532$  нм аналогичны рассчитанным при длине волны 1064 нм. Для радиусов наночастиц меньших 98.1 нм поглощение света преобладает над рассеянием. В этой области  $Q_{abs}$  достигает максимальное значение 1.795 при радиусе наночастицы 53 нм. Максимальное значение коэффициента эффективности рассеяния  $Q_{sca\_max}$  (1.6), достигается при радиусе наночастиц 113 нм. Для анализируемых значений  $\lambda$  зависимости коэффициентов эффективности поглощения и рассеяния стремятся к стационарному значению при  $R \rightarrow \infty$ . В области малых радиусов происходит уменьшение  $Q_{abs}$  и  $Q_{sca}$  в соответствии с законом Рэлея.

Примечательной особенностью рассчитанных зависимостей оптических характеристик наночастиц вольфрама для первой и второй гармоник неодимового лазера является следующее: амплитуда максимумов коэффициента эффективности поглощения увеличивается в 1.07 раза (на 7 %) при переходе от первой ко второй гармонике неодимового лазера. Данное изменение относительно невелико по сравнению с другими металлами. Например, для наночастиц серебра амплитуда максимума при переходе от первой ко второй гармонике увеличивается в 3 раза [13], алюминия и кобальта – в 4 раза [9, 15], никеля – в 9 раз [14], золота - в 29 раз [17], а меди – в 34 раза [8]. Причина может заключаться в том, что при изменении длины волны мнимая часть показателя преломления вольфрама остается практически неизменной, однако этот эффект нуждается в

дальнейшем исследовании. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ госзадание № 2014/64 и Российского Фонда Фундаментальных Исследований (№ 14-03-00534 А).

#### Список литературы

1. Ananyeva M.V. и др. The size effects and before-threshold mode of solid-state chain reaction // Журнал Сибирского федерального университета. Серия: Химия. 2014. Т. 7. № 4. С. 470-479.
2. Kalenskii A.V. и др. Spectral regularities of the critical energy density of the pentaerythritol tetranitrate -aluminium nanosystems initiated by the laser pulse // Наносистемы: физика, химия, математика. 2014. Т.5. № 6. С.803-810.
3. Zvekov A.A. и др. Regularities of light diffusion in the composite material pentaerythritol tetranitrate – nickel // Наносистемы: физика, химия, математика. 2014. Т. 5. № 5. С. 685-691.
4. Адуев Б.П. и др. Исследование оптических свойств наночастиц алюминия в тетранитропентаэритрите с использованием фотометрического шара // Журнал технической физики. 2014. Т. 84. № 9. С. 126-131.
5. Адуев Б.П. и др. Микроочаговая модель лазерного инициирования взрывного разложения энергетических материалов с учетом плавления // Физика горения и взрыва. 2014. Т. 50. № 6. С. 92-99.
6. Ананьева М.В. и др. Математическое моделирование взрывного разложения энергетических материалов // Молодой ученый. 2014. № 21. С. 1-6.
7. Ананьева М.В. и др. Кинетические закономерности взрывного разложения ТЭНа, содержащего наноразмерные включения алюминия, кобальта и никеля // Вестник КемГУ. 2014. № 1-1(57). С. 194-200.
8. Газенаур Н.В. и др. Зависимость показателя поглощения меди от длины волны // Аспирант. 2014. № 5. С. 89-93.
9. Звеков А.А. и др. Расчет оптических свойств композитов пентаэритрит тетранитрат — наночастицы кобальта // Журнал прикладной спектроскопии. 2015. Т. 82. № 2. С. 215-222.
10. Звеков А.А. и др. Моделирование распределения интенсивности в прозрачной среде с Френелевскими границами, содержащей наночастицы алюминия // Компьютерная оптика. 2014. Т. 38. № 4. С. 749-756.
11. Золотарев В.М. и др. Оптические постоянные природных и технических сред. Л.: Химия, 1984. 216 с.
12. Зыков И.Ю. Критическая плотность энергии инициирования тэна с добавками наночастиц алюминия // Международное научное издание Современные фундаментальные и прикладные исследования. 2013. Т. 1. № 1(8). С. 79-84.
13. Зыков И.Ю. и др. Спектральная зависимость коэффициентов эффективности поглощения наночастиц серебра в прозрачной матрице // Аспирант. 2014. № 5. С. 94- 97.
14. Каленский А.В. и др. Оптические характеристики наночастиц никеля в прозрачных матрицах // Современные научные исследования и инновации. 2014. № 11-1(43). С. 5-13.
15. Каленский А.В. и др. Расчет коэффициентов эффективности поглощения наночастиц алюминия в прозрачных средах // Все материалы. Энциклопедический справочник. 2015. № 1. С. 15-19.
16. Кригер В.Г. и др. Процессы теплопереноса при лазерном разогреве включений в инертной матрице // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т.20. № 3. С.375-382.
17. Лукатова С.Г. Спектральные закономерности коэффициентов эффективности поглощения композитов золото-тэн // Международное научное издание Современные фундаментальные и прикладные исследования. 2014. № 2(13). С. 54 - 58.

#### СЕКЦИЯ №34.

##### КРИСТАЛЛОГРАФИЯ, ФИЗИКА КРИСТАЛЛОВ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.18)

#### СЕКЦИЯ №35.

##### ФИЗИКА ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ И УСКОРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.20)

#### СЕКЦИЯ №36.

##### ЛАЗЕРНАЯ ФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.21)

**СЕКЦИЯ №37.  
ФИЗИКА ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 01.04.23)**

**ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.00)**

**СЕКЦИЯ №38.  
НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.01)**

**СЕКЦИЯ №39.  
АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.02)**

**СПЕКТРОФОТОМЕТРИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ СИСТЕМ, СОДЕРЖАЩИХ ХЛОРОПИРАМИН  
ГИДРОХЛОРИД И ИОНЫ МЕТАЛЛА**

**Нюничкина Т.А., Глинина А.Г., Очир-Горяева С.А., Глинина Е.Г.**

ФГБОУ ВПО Астраханский государственный университет, г.Астрахань

Хлоропирамин гидрохлорид по своей структуре схож с этилендиамином. Реакционная способность этого соединения высока, что связано с активными центрами, которые представлены двумя третичными атомами азота, один из которых связан с бензольным и пиридиновым кольцом ароматической и гетероциклической группы, а второй – в углеродном скелете с двумя метильными радикалами. Электронная неподелённая пара, находящаяся на этих двух атомах, может участвовать в образовании связей с ионами металла [1, 4].

Хлоропирамин относится к препаратам 1-го поколения, обладающих способностью блокировать Н1-рецепторы, подавлять рвотные эффекты, вызывать атропиноподобные реакции и проявлять седативное действие. В дерматологии применяется для лечения хронической и острой экземы, контактного дерматита, зудящих дерматозов; в аллергологии - для лечения поллиноза, антигистаминного отека, аллергических конъюнктивита, крапивницы [3].

Так как хлоропирамин гидрохлорид применяют часто в лечебной практике, то количественное определение этого препарата и его идентификация имеют большое значение [5].

Необходимо создать методы определения и идентификации эффективными, малозатратными и простыми в исполнении.

Исследуемый компонент определяют многими методами. Но часто в основе их лежат реакции, связанные с использованием дорогих реактивов, канцерогенных растворителей. Приборы, использованные для этих исследований, не всегда бывают общедоступны.

Для исследования процесса взаимодействия хлоропирамина гидрохлорида с ионами металла в водном растворе использовали спектрофотометрический метод, который можно применять в любой лаборатории.

Хлоропирамин гидрохлорид реагирует с ионами железа (III) в достаточно жестких условиях. На процесс мало влияет реакция среды. Взаимодействие этих компонентов происходит в присутствии вещества, выступающее в качестве еще одного лиганда и образующее при этом разнолигандный комплекс [2].

Скорость реакции комплексообразования в системе не высокая. Повышение же температуры способствует ее увеличению.

В данной работе использовали хлоропирамин гидрохлорид (лекарственный препарат «Супрастин»), выступающий в качестве лиганда. Исследовали взаимодействие хлоропирамина гидрохлорида с ионами железа ( $Fe^{3+}$ ). Образовалось окрашенное соединение, которое исследовалось спектрофотометрически. Для изучения оптических свойств этого комплекса применялся спектрофотометр КФК-3 со стеклянными кюветами на 1 см и 0,5 см. В качестве реагентов использовались хлорид железа  $FeCl_3 \cdot 6H_2O$  (ХЧ) и супрастин (активное вещество - хлоропирамин гидрохлорид, Эгис). Все компоненты были взяты в концентрации  $2,5 \cdot 10^{-3}$  моль/л.

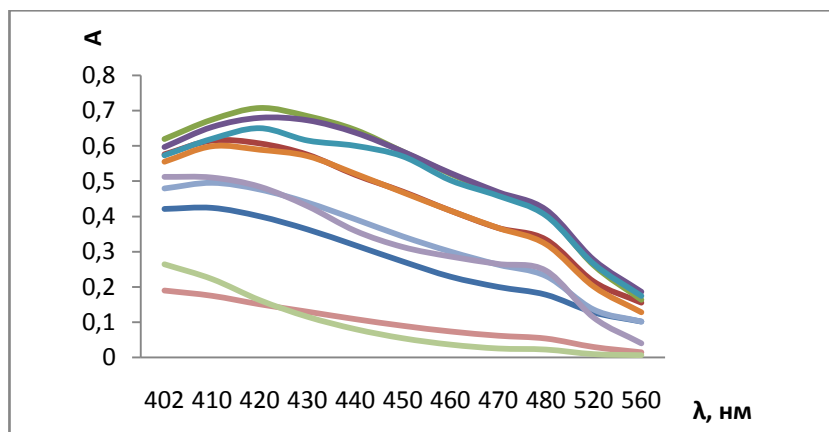


Рис.1. Спектры поглощения системы Fe<sup>3+</sup>-R1-R2 (R1 – хлоропирамин гидрохлорид, R2 - H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, моль/л, l = 0,5см

На Рисунке 1 приведен график зависимости оптической плотности от длины волны для нового соединения. Максимум поглощения наблюдается при  $\lambda = 420$  нм. Для определения состава образующегося соединения использовали метод изомолярных серий. Наибольший выход комплексного соединения наблюдается при соотношении компонентов 1:1:1, которое устойчиво и контрастно.

С помощью метода молярных отношений уточнили состав комплексного соединения. (Рисунок 2)

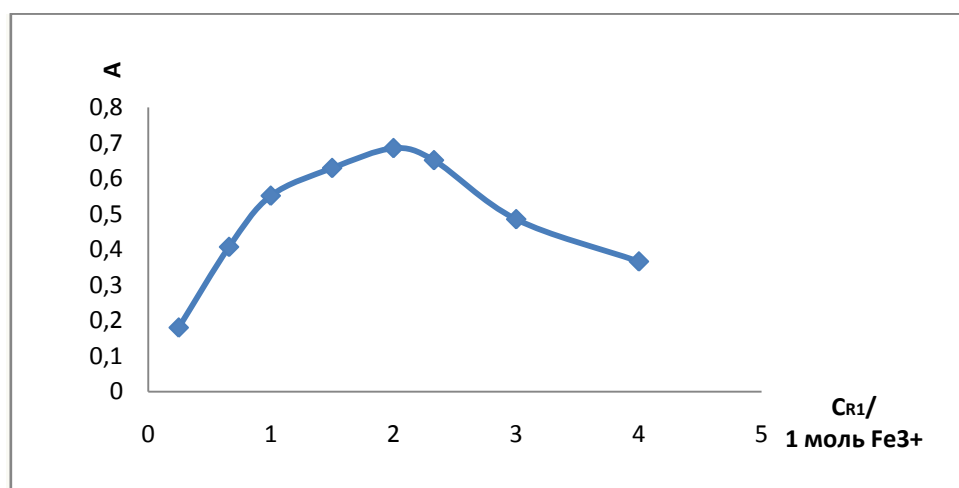


Рис.2. Метод молярных отношений в системе Fe<sup>3+</sup> - R1- R2, (R1 – хлоропирамин гидрохлорид, R2- H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>),  
 $C_{Fe^{3+}} = C_{R_1} = C_{H_2O_2} = 5 \cdot 10^{-3}$  моль/л, l=0,5 см

Можно сделать вывод, чем больше излом на кривой насыщения, тем больше прочность данного комплекса ( $\epsilon_{sp}=794,6$ ;  $\beta=9,15$ ;  $K_{нест}=1,09 \cdot 10^{-11}$ ).

Исследована зависимость оптической плотности от концентрации хлоропирамина гидрохлорида. На Рисунке 3 показан градуировочный график, отражающий линейную зависимость, которая подчиняется закону Бугера-Ламберта-Бэра, в основе него лежит прямопропорциональная зависимость между оптической плотностью и концентрацией вещества в исследуемом растворе [6].



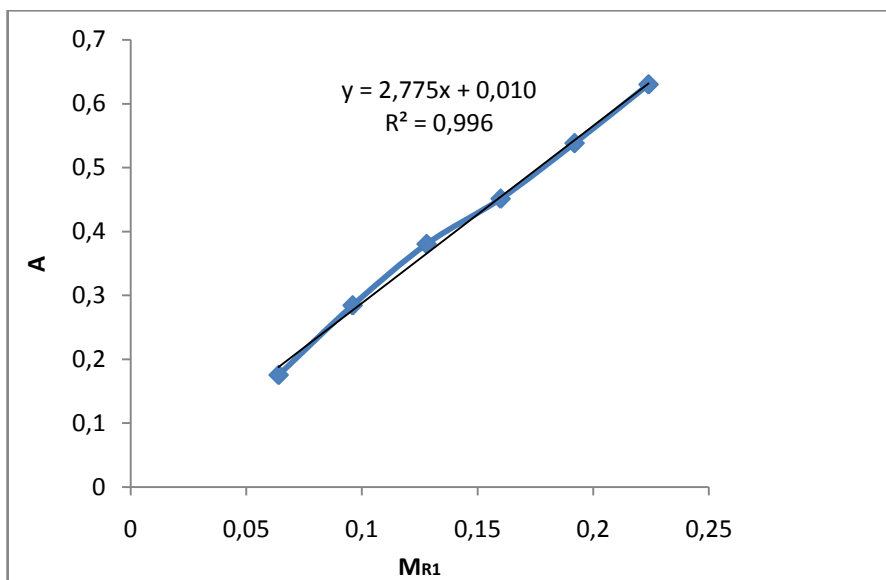


Рис.3. Градуировочный график в системе  $\text{Fe}^{3+}$ - R1 -R2, (R1 – хлоропирамин гидрохлорид, R2 -  $\text{H}_2\text{O}_2$ ),  
 $C_{\text{Fe}^{3+}} = C_{\text{R}_1} = C_{\text{H}_2\text{O}_2} = 2,5 \cdot 10^{-3}$  моль/л

Линейная зависимость между содержанием хлоропирамина гидрохлорида и оптической плотностью изучаемых растворов находится при концентрации от 0,064 до 0,224 мкг/мл. Изученная система устойчива в течение длительного времени. Результаты этих исследований можно использовать для создания простой, эффективной и малозатратной методики количественного определения хлоропирамина гидрохлорида в различных лекарственных препаратах и продуктах жизнедеятельности организма. Процессы комплексообразования между компонентами данной системы можно применить и для создания тест-индикаторов по определению хлоропирамина гидрохлорида.

#### Список литературы

1. Гликина Ф.Б., Ключников Н.Г. Химия комплексных соединений: Учеб. Пособие для студентов пед. ин-тов. – 3-е изд. – М.: Просвещение, 1986.—160с.
2. Глинина А.Г., Глинина Е.Г. Процессы комплексообразования в контроле качества лекарственных средств. Материалы I Межрегиональной научно-практической конференции с международным участием «Актуальные проблемы химии и методики преподавания химии» Калмыкия, 2012. С.87-90.
3. Государственная фармакопея РФ. 12-ое издание. Часть 1. - М.: «Научный центр экспертизы средств медицинского назначения», 2008 - 704 с.
4. Гуцин И.С. Антигистаминные препараты. — Пособие для врачей. — М.: Авентис Фарма, 2000. — 55 с.
5. Полосьянец О.Б. Обзор антигистаминных средств первого и второго поколений, рациональный подход к использованию в клинической практике / О.Б. Полосьянец // Лечащий врач. – 2011. – № 7. – С. 66-69.
6. Чакчир Б. А., Алексеева Г. М. Методические указания.— СПб.: Изд-во СПХФА, 2002.— 44 с.

#### СЕКЦИЯ №40.

##### ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.03)

#### СЕКЦИЯ №41.

##### ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.04)

#### СЕКЦИЯ №42.

##### ЭЛЕКТРОХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.05)

**СЕКЦИЯ №43.  
ВЫСОКОМОЛЕКУЛЯРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.06)**

**СЕКЦИЯ №44.  
ХИМИЯ ЭЛЕМЕНТООРГАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.08)**

**СЕКЦИЯ №45.  
ХИМИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.09)**

**СЕКЦИЯ №46.  
БИООРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.10)**

**СЕКЦИЯ №47.  
КОЛЛОИДНАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.11)**

**ПОВЕДЕНИЕ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ ПАВ НА РАЗЛИЧНЫХ  
ГРАНИЦАХ РАЗДЕЛА ФАЗ**

**Дремук А.П., Киенская К.И., Авраменко Г.В.**

Российский химико-технологический университет имени Д.И. Менделеева, г.Москва

В настоящее время использование смесей поверхностно-активных веществ (ПАВ) является повсеместной практикой в составлении рецептур моющих средств, косметических, фармацевтических и других препаратов. Применение сочетаний двух или нескольких ПАВ позволяет изменить или расширить качественные показатели и свойства итоговой композиции. Смеси по сравнению с индивидуальными ПАВ часто оказываются эффективнее при снижении поверхностного и межфазного натяжения. Большинство исследователей связывает это с наличием специфических взаимодействий между молекулами или ионами различной природы [2]. При этом взаимодействия могут, как усиливать (синергизм), так и ослабевать (антагонизм) действие смеси на границах водный раствор/воздух и водный раствор/масло.

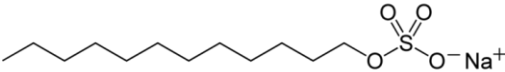
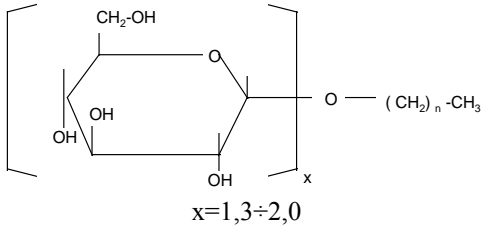
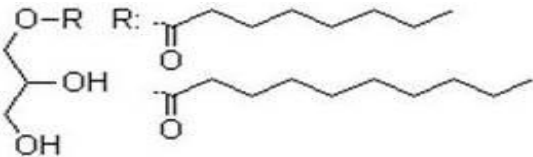
Целью настоящей работы было исследование поведения бинарных и тройных смесей ПАВ на границе раствор-воздух и раствор-масло.

Экспериментальная часть.

Было исследовано поведение тройных смесей ПАВ, полученных на основе изученной ранее бинарной смеси, состоящей из анионного (АПАВ) додецилсульфата натрия (Техарон К 12 G, BASF) и неионогенного (НПАВ) каприлил/каприл глюкозида (Plantacare 810 UP, Cognis) поверхностно-активных веществ в соотношении 1/5 [1]. Третьим компонентом смеси по результатам предварительных испытаний было выбрано НПАВ лаурет 2 (Arlypon F, BASF); его содержание в системе варьировали.

Таблица 1

## Краткая характеристика исходных компонентов

Торговая марка, производитель	Наименование по INCI, структурная формула	Характеристики
Техарон К 12 G BASF, Германия	Лаурилсульфат натрия 	Анионное поверхностно-активное вещество (АПАВ) ККМ 10.0 ммоль/л
Plantacare 810 UP Cognis, Германия	Каприлил/каприл глюкозид 	Неионогенное поверхностно-активное вещество (НПАВ <sub>1</sub> ) ККМ 8.0 ммоль/л
Arlypon F BASF, Германия	Лаурет 2 $H_{25}-C_{12}-O-(CH_2-CH_2-O)_2-H$	Неионогенное поверхностно-активное вещество (НПАВ <sub>2</sub> ) ККМ 7.0 ммоль/л
Myritol 318 Cognis, Германия	Каприлик/Каприк триглицерид 	Полярное масло

В качестве масляной фазы были выбрано полярное масло - триглицерид каприловой и каприновой кислоты (Myritol 318). Выбор данного соединения обусловлен его низким межфазным натяжением на границе вода-масло, что обеспечивает его неплохую диспергируемость в воде и позволяет использовать его при создании прямых эмульсий. Краткая характеристика исходных компонентов приведена в Табл.1.

Основные коллоидно-химические характеристики исследуемых систем определялись по стандартным методикам. Величины поверхностных натяжений – методом висящей капли на приборе DSA 20E KRUSS; величины межфазных натяжений – методом веса-объема капли на сталагмометре модели 55-2222, Harvard Apparatus.

Результаты экспериментов и их обсуждение.

Проводили исследование тройных смесей Техарон К 12 G / Plantacare 810 UP / Arlypon F в различных соотношениях: 1/5/0.2; 1/5/1; 1/5/2; 1/5/5. По соответствующему излому на изотермах поверхностного натяжения рассмотренных тройных смесей ПАВ определяли значения критической концентрации мицеллообразования (ККМ) смесей (Табл.2).

Значения ККМ тройных смесей ПАВ

Смесь Техарон РК 45 / Plantacare 810 UP / Arlypon F	ККМ, ммоль/л
1 / 5 / 0.2	10.0
1 / 5 / 1	5.3
1 / 5 / 2	5.0
1 / 5 / 5	0.5

Для всех рассмотренных тройных смесей Техарон К 12 G / Plantacare 810 UP / Arlypon F за исключением соотношения 1/5/0.2 значения ККМ ниже, чем значения ККМ каждого из индивидуальных ПАВ (см. Табл.1), что свидетельствует о явлении синергизма при образовании смешанных мицелл. С увеличением содержания третьего компонента в смеси значение ККМ снижается. Смесь в соотношении 1/5/5 имеет минимальное значение ККМ, равное 0.5 ммоль/л.

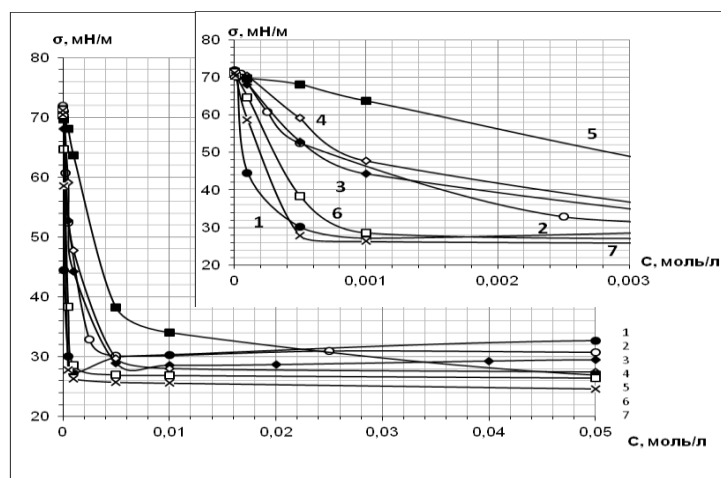


Рис.1. Изотермы поверхностного натяжения индивидуальных ПАВ и их смесей ПАВ: 1-Техарон К 12G; 2-Техарон К 12G / Plantacare 810 UP (1/5); 3-Plantacare 810 UP; 4-Plantacare 810 UP / Arlypon F (1/1); 5-Arlypon F; 6-Техарон К 12G / Arlypon F (1/5); 7- Техарон К 12 G / Plantacare 810 UP / Arlypon F (1/5/5).

Для сравнения эффективности ПАВ на Рисунке 1 показаны изотермы поверхностного натяжения тройной смеси Техарон К 12 G / Plantacare 810 UP / Arlypon F в соотношении 1/5/5, а также индивидуальных ПАВ и их бинарных смесей, входящих в данную тройную смесь. Изотерма тройной смеси ПАВ расположена ниже изотерм каждого из индивидуальных ПАВ и их двойных смесей. Тройная смесь Техарон К 12 G / Plantacare 810 UP / Arlypon F в соотношении 1/5/5 позволяет максимально снизить поверхностное натяжение до 24,7 мН/м.

Аналогичные исследования были проведены и на границе водный раствор-масло. Изотермы межфазного натяжения изученных систем представлены на Рисунке 2. Изотерма тройной смеси Техарон К 12 G / Plantacare 810 UP / Arlypon F в соотношении 1/5/5 лежит выше, чем изотермы индивидуальных ПАВ Техарон К 12 G и Plantacare 810 UP, а также их бинарной смеси в соотношении 1/5. В случае бинарной смеси Техарон К 12 G / Plantacare 810 UP в соотношении 1/5 межфазное натяжение снижается максимально до 0,5 мН/м, а в случае тройной смеси - только до 7,9 мН/м.

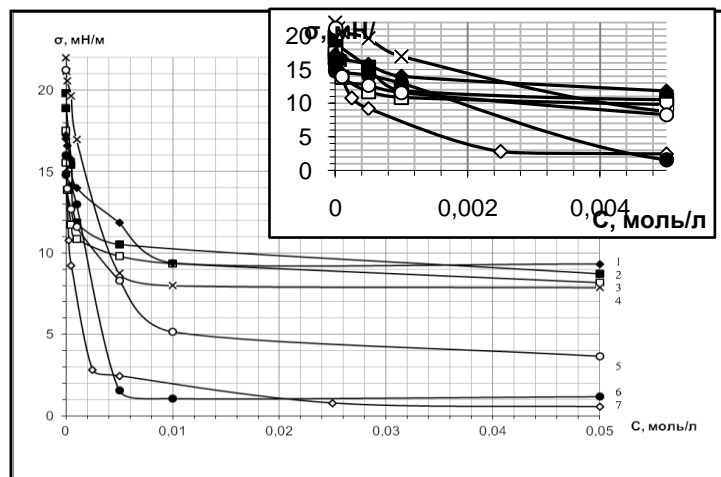


Рис.2. Изотермы межфазного натяжения индивидуальных ПАВ и их смесей в системе вода – Myritol 318: 1- Plantacare 810 UP / Arlypon F (1/1); 2-Arlypon F; 3- Texapon K 12G / Arlypon F (1/5); 4-Texapon K 12 G / Plantacare 810 UP / Arlypon F (1/5/5); 5- Texapon K 12G; 6- Plantacare 810 UP; 7- Texapon K 12G / Plantacare 810 UP (1/5).

Таким образом, при рассмотрении поведения двойных и тройных смесей ПАВ было установлено их синергетическое действие на границах водный раствор/воздух и водный раствор/масло.

#### Список литературы

1. Дремук А.П., Киенская К.И., Жилина О.В., Махова Н.И., к.х.н. Ильющенко Е.В., Авраменко Г.В. Разработка рецептуры модельной косметической эмульсии, стабилизированной смесью неионного и анионного ПАВ. // Химическая технология. 2014. № 8. С.493-499.
2. Zhou Q., Rosen M.J. Molecular Interactions of Surfactants in Mixed Monolayers at the Air/Aqueous Solution Interface and in Mixed Micelles in Aqueous Media: The Regular Solution Approach // Langmuir. – 2003. – Vol. 19. – №11. – P. 4555–4562.

#### СЕКЦИЯ №48.

#### БИОНЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.12)

#### СЕКЦИЯ №49.

#### НЕФТЕХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.13)

#### ИССЛЕДОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ УГЛЕВОДОРОДНОГО СОСТАВА РЯДА АЛКАНОВ ОТ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОСТАТОЧНЫХ ФРАКЦИЙ НЕФТИ

Бабаева Л.Г., Хибиев Х.С., Магомедова М.Р.

ФГБОУ ВПО “Дагестанский государственный университет”, г.Махачкала

Данная работа является продолжением исследований, проводимых на кафедре физической и органической химии Даггосуниверситета по изучению состава и свойств нефти и различных нефтяных фракций методом газожидкостной хроматографии [1-3].

Известно, что именно состав и свойства нефти определяют направление ее переработки, решающим образом влияют на качество получаемых нефтепродуктов [6].

Цель данной работы – методом газожидкостной хроматографии с использованием ЭВМ и корреляционного анализа изучить углеводородный состав образца мазута марки М-100, рассчитать его некоторые

физико – химические характеристики и установить их взаимосвязь со свойствами компонентов этой остаточной фракции нефти.

В качестве объекта исследования был выбран топочный мазут марки М-100 нефтяного завода г.Избербаш, фракционный состав дан в Табл.1.

Таблица 1

Фракционный состав образца мазута М – 100

Фракционный состав, %	V, мл	0	5	10	15	20	25	30
Температура, °С	н.к.	140	300	325	337	346	350	*)

Анализ образцов проводили на газожидкостном хроматографе “Кристалл 2000М” при следующих условиях: колонка капиллярно-кварцевая (ЗВ-5) ( $l=60$  м); неподвижная фаза – 5% полифенилдиметилсилоксан; газ-носитель-азот (3 мл/мин); воздух – 300 мл; водород – 30 мл; температура детектора – 300°C; температура испарителя – 290°C; режим колонки изотермический: 220, 240, 280°C; время анализа – 1 час 30 мин. Характеристика неподвижной жидкой фазы (НЖФ):  $\rho$  (плотность) – 1,07 г/см<sup>3</sup>,  $g$  (масса НЖФ) – 16,05 мг.

При обработке хроматограмм идентификацию углеводородов (УВ) мазута проводили по временам удерживания УВ стандартных смесей алканового ряда и изомерных УВ пристана и фитана. В качестве внутреннего стандарта использовали фитан. Хроматограммы были сняты в изотермическом режиме при трех различных температурах (220, 240, 280 °С).

Для всех образцов мазута по данным хроматограмм были рассчитаны следующие характеристики: качественные ( $t_R$ ,  $V_R$ ), количественные (концентрация компонентов смеси –  $C$ , %) и физико-химические ( $K$ ,  $V_q$ ,  $\Delta S_s$ ,  $\Delta H_s$  и  $Q_s$ ).

Так как известно [4], что зависимость хроматографических характеристик от температуры имеет линейный характер, используя метод регрессионного анализа [5] рассчитали корреляции вида:

$$y = a + b \cdot 1000/T,$$

где  $y = \lg K$ ,  $\lg V_R$  и  $\lg V_g$ ;  $a$  и  $b$  – параметры корреляций.

Расчеты корреляционных уравнений даны в таблицах 2-4. Для корреляций  $\lg V_R - 1000/T$  была установлена параллельность прямых. Из литературы известно [5], что этот случай характеризуется близостью значений теплот и различий энтропий растворения исследуемых веществ. Данный случай является весьма благоприятным в газовой хроматографии. Во-первых, есть возможность четко разделять вещества с близкими температурами кипения, во-вторых, увеличение температуры хроматографической колонки не влияет на полноту разделения. Следовательно, подобранные нами условия хроматографирования оптимальны.

Различие в сорбции веществ одного гомологического ряда, которое обусловлено разницей теплот сорбции, подтверждается правилом Траубе: «разница теплот сорбции между соседними членами гомологического ряда постоянна». Оно графически изображается прямой, а расчет ведется по уравнению [4]:

$$Q_n = Q_1 + (n - 1)Q$$

С учетом этого факта мы рассчитали подобную зависимость и получили корреляцию вида:  $Q_n = (-34,472 \pm 0,016) + (24,893 \pm 2,177) (n - 1)$ ;  $r = 0.980$ ;  $s = 0.003$ . В данном случае «добротность» регрессии удовлетворительна т.к  $r = 0.980$ , поэтому ее нецелесообразно использовать для дальнейших расчетов.

Если сопоставить результаты аналогичных корреляций, полученных нами ранее [3] для дизельного топлива, то в отличие от мазута, они в большинстве случаев характеризуются большей точностью ( $r > 0,99$ ). Вероятно, большая доля высококипящих алканов мазута снижает качество разделения алканов.

Таким образом, в данной работе методом газожидкостной хроматографии изучен углеводородный состав мазута марки М-100. Идентифицировано около 30 алканов и при трех различных температурах определены их хроматографические характеристики. Рассчитаны параметры ряда линейных корреляций, связывающих эти характеристики со строением алканов фракции мазута. Корреляции, полученные с точностью  $r > 0,99$ , могут быть использованы на практике для оценки различных физико-химических характеристик алканов.

Таблица 2

Параметры корреляционных уравнений вида:  $\lg V_R = a + b \cdot 1000/T$

№ пика	n - число уг.ат.	$a \pm a$	$b \pm b \cdot 10^{-2}$	r	s
1	7	$1,919 \pm 0,040$	$0,400 \pm 0,161$	0,938	0,025
2	8	$0,821 \pm 0,009$	$1,300 \pm 0,470$	0,923	0,001
3	9	$0,640 \pm 0,002$	$0,886 \pm 0,144$	1,000	0,000
4	10	$0,500 \pm 0,002$	$0,885 \pm 0,144$	0,973	0,000
5	11	$0,394 \pm 0,001$	$1,370 \pm 0,040$	1,000	0,000
6	12	$0,302 \pm 0,001$	$1,370 \pm 0,040$	1,000	0,000
7	13	$0,224 \pm 0,001$	$1,370 \pm 0,040$	0,998	0,000
8	14	$0,160 \pm 0,001$	$1,370 \pm 0,040$	1,000	0,000
9	15	$0,098 \pm 0,002$	$0,885 \pm 0,144$	0,987	0,000
10	16	$0,055 \pm 0,000$	$0,451 \pm 0,020$	0,999	0,000
11	17	$0,030 \pm 0,001$	$0,467 \pm 0,081$	0,985	0,000
12	пристан	$0,022 \pm 0,000$	$0,137 \pm 0,004$	0,999	0,000
13	18	$0,009 \pm 0,006$	$0,401 \pm 0,327$	0,974	0,000
14	фитан	$0,002 \pm 0,001$	$0,128 \pm 0,047$	0,938	0,000
15	19	$0,067 \pm 0,020$	$2,670 \pm 1,060$	0,929	0,001
16	20	$0,083 \pm 0,011$	$2,834 \pm 0,590$	0,978	0,000
17	21	$0,088 \pm 0,016$	$2,414 \pm 0,867$	0,941	0,001
18	22	$0,109 \pm 0,018$	$2,880 \pm 0,950$	0,949	0,001
19	23	$1,124 \pm 0,016$	$3,002 \pm 0,850$	0,962	0,001
20	24	$0,144 \pm 0,015$	$3,308 \pm 0,774$	0,973	0,001
21	25	$0,159 \pm 0,015$	$3,307 \pm 0,774$	0,973	0,001
22	26	$0,176 \pm 0,015$	$3,308 \pm 0,773$	0,973	0,001
23	27	$0,196 \pm 0,015$	$3,308 \pm 0,774$	0,973	0,001
24	28	$0,230 \pm 0,018$	$3,792 \pm 0,957$	0,996	0,001
25	29	$0,265 \pm 0,022$	$4,270 \pm 1,141$	0,969	0,001
26	30	$0,323 \pm 0,022$	$5,647 \pm 1,180$	0,978	0,001
27	31	$0,359 \pm 0,022$	$5,647 \pm 1,180$	0,978	0,001

Таблица 3

Параметры корреляционных уравнений вида:  $\lg K = a + b \cdot 1000/T$

№ пика	n - число уг.ат.	$a \pm a$	$b \pm b \cdot 10^{-2}$	r	s
1	7	$1,762 \pm 0,320$	$0,880 \pm 0,144$	0,938	0,000
2	8	$2,867 \pm 0,004$	$0,882 \pm 0,144$	0,902	0,000
3	9	$3,043 \pm 0,004$	$0,888 \pm 0,144$	0,880	0,000
4	10	$3,173 \pm 0,007$	$1,140 \pm 0,036$	1,000	0,000
5	11	$3,277 \pm 0,011$	$1,280 \pm 0,470$	0,943	0,000
6	12	$3,357 \pm 0,011$	$1,364 \pm 0,040$	0,981	0,000
7	13	$3,441 \pm 0,067$	$1,370 \pm 0,040$	0,852	0,000
8	14	$3,465 \pm 0,004$	$1,370 \pm 0,040$	0,933	0,000
9	15	$3,530 \pm 0,005$	$1,402 \pm 0,030$	0,992	0,000
10	16	$3,582 \pm 0,004$	$1,760 \pm 0,280$	1,000	0,001
11	17	$3,627 \pm 0,001$	$1,840 \pm 0,200$	0,911	0,000
12	пристан	$3,653 \pm 0,001$	$1,850 \pm 0,200$	0,909	0,000
13	18	$3,653 \pm 0,001$	$1,851 \pm 0,200$	0,945	0,000
14	фитан	$3,663 \pm 0,004$	$1,852 \pm 0,200$	0,986	0,000
15	19	$3,664 \pm 0,001$	$1,853 \pm 0,200$	1,000	0,000
16	20	$3,693 \pm 0,004$	$1,854 \pm 0,200$	1,000	0,000
17	21	$3,697 \pm 0,003$	$1,855 \pm 0,200$	0,994	0,000
18	22	$3,714 \pm 0,001$	$2,331 \pm 0,040$	0,999	0,000
19	23	$3,724 \pm 0,030$	$2,760 \pm 0,100$	0,947	0,000
20	24	$3,726 \pm 0,030$	$2,820 \pm 0,600$	0,881	0,000
21	25	$3,740 \pm 0,044$	$2,880 \pm 0,600$	0,809	0,000
22	26	$3,747 \pm 0,002$	$5,230 \pm 1,508$	0,827	0,002
23	27	$3,751 \pm 0,034$	$8,840 \pm 1,440$	0,972	0,002
24	28	$3,818 \pm 0,076$	$19,106 \pm 13,860$	0,815	0,002
25	29	$3,832 \pm 0,001$	$20,109 \pm 18,770$	1,000	0,002
26	30	$3,835 \pm 0,003$	$43,060 \pm 23,010$	0,878	0,002
27	31	$3,874 \pm 0,027$	$45,000 \pm 31,970$	0,999	0,002

Таблица 4

Параметры корреляционных уравнений вида:  $\lg V_g = a + b \cdot 1000/T$

№ пика	n - число уг.ат.	$a \pm a$	$b \pm b$	r	s
--------	------------------	-----------	-----------	---	---



1	7	1,306 ± 0,213	0,531 ± 0,110	0,981	0,017
2	8	2,402 ± 0,098	0,105 ± 0,051	0,983	0,008
3	9	2,530 ± 0,127	0,130 ± 0,065	0,903	0,010
4	10	2,716 ± 0,098	0,105 ± 0,051	0,895	0,008
5	11	2,826 ± 0,079	0,106 ± 0,041	0,933	0,006
6	12	2,920 ± 0,079	0,106 ± 0,041	0,935	0,006
7	13	2,996 ± 0,079	0,107 ± 0,041	0,928	0,006
8	14	3,070 ± 0,008	0,102 ± 0,043	0,927	0,006
9	15	3,123 ± 0,008	0,102 ± 0,043	0,923	0,006
10	16	3,159 ± 0,092	1,101 ± 0,048	0,908	0,007
11	17	3,193 ± 0,086	0,097 ± 0,044	0,910	0,007
12	пристан	3,453 ± 0,718	0,498 ± 0,372	0,801	0,005
13	18	3,212 ± 0,086	0,097 ± 0,044	0,912	0,007
14	фитан	3,214 ± 0,862	0,097 ± 0,044	0,905	0,007
15	19	3,220 ± 0,092	0,101 ± 0,479	0,909	0,007
16	20	3,250 ± 0,079	0,093 ± 0,041	0,910	0,006
17	21	3,254 ± 0,082	0,097 ± 0,044	0,908	0,007
18	22	3,275 ± 0,089	0,092 ± 0,046	0,886	0,007
19	23	3,286 ± 0,079	0,093 ± 0,041	0,918	0,006
20	24	3,300 ± 0,079	0,093 ± 0,041	0,917	0,006
21	25	3,325 ± 0,083	0,088 ± 0,043	0,890	0,006
22	26	3,342 ± 0,083	0,088 ± 0,043	0,896	0,006
23	27	3,362 ± 0,083	0,088 ± 0,043	0,905	0,006
24	28	3,402 ± 0,080	0,079 ± 0,041	0,881	0,006
25	29	3,437 ± 0,074	0,079 ± 0,041	0,892	0,006
26	30	3,489 ± 0,091	0,075 ± 0,038	0,807	0,007
27	31	3,534 ± 0,094	0,065 ± 0,047	0,888	0,007

#### **Список литературы**

1. Бабаева Л.Г., Хибиев Х.С., Зейналов М.З., Юсуфова Г.А. Изучение углеводородного состава нефти некоторых месторождений Северного Кавказа методом газожидкостной хроматографии, Материалы Всероссийской конференции. «Современные проблемы химии и нефтехимии», Махачкала, ДГТУ, 2008. – С.7 - 9.
2. Бабаева Л.Г., Хибиев Х.С., Супиева В.Н. Изучение физико - химических характеристик дизельного топлива методом газожидкостной хроматографии, Материалы IV Межд. конф. «Фундаментальные и прикладные проблемы получения новых материалов», Астрахань, 2010. – С . 184 – 186.
3. Бабаева Л.Г., Хибиев Х.С., Супиева В.Н., Тагирова Р.М. Исследование корреляционной зависимости углеводородного состава от физико – химических характеристик дизельного топлива, Вестник ДГУ - Естественные науки, вып.1, ИПЦ ДГУ, Махачкала, - 2013. – С. 205 – 211.
4. Вяхирев Д.А., Шушунова А. Ф. Руководство по газовой хроматографии. Высшая школа, 1975. – 279 с.
5. Горский В.Г., Зейналов М.З. Физико–химические и математические основы феноменологической кинетики сложных реакций. Махачкала: ИПЦ. ДГУ, 1997. – 292 с.
6. Сайфулин А.А., Ушева Н.В., Кравцов А.В. Влияние физико - химических свойств нефти на процессы промышленной подготовки. Материалы VIII Всерос. научно – практ. конф. «Химия и химическая технология в XXI веке», Томск.: 2006. – С.186.

#### **СЕКЦИЯ №50.**

##### **РАДИОХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.14)**

#### **СЕКЦИЯ №51.**

##### **КИНЕТИКА И КАТАЛИЗ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.15)**

#### **СЕКЦИЯ №52.**

##### **МЕДИЦИНСКАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.16)**

#### **СЕКЦИЯ №53.**

##### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ И КВАНТОВАЯ ХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.17)**

#### **СЕКЦИЯ №54.**

##### **ХИМИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 02.00.21)**

#### **БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.00.00)**

#### **ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.00)**

#### **СЕКЦИЯ №55.**

##### **РАДИОБИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.01)**

#### **СЕКЦИЯ №56.**

##### **БИОФИЗИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.02)**

## СЕКЦИЯ №57. МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.03)

### РЕГУЛЯЦИЯ ЭКСПРЕССИИ ИНТЕРФЕРОН-ЗАВИСИМЫХ ГЕНОВ PKR, OASL и MX1 РЕКОМБИНАНТНЫМИ КУРИНЫМИ ИНТЕРФЕРОНАМИ-ГАММА

Зобнина А.Е., Румянцев А.М., Цыганков М.А., Падкина М.В.

Санкт-Петербургский государственный университет

Метилотрофные дрожжи *Pichia pastoris* успешно используют для получения различных эукариотических белков. Основными преимуществами систем экспрессии на основе дрожжей *P. pastoris* являются способность осуществлять посттрансляционные модификации, характерные для высших эукариот, быстрый рост и накопление большой биомассы, относительная простота работы со штаммами-продуцентами (Cereghino et al., 2002).

Одним из основных факторов, определяющих уровень продукции рекомбинантных белков, является их стабильность и устойчивость к деградации. Гетерологичные белки могут расщепляться протеазами, участвующими в процессинге секреторных белков, а также протеазами, секретируемыми в культуральную жидкость (Boehm et al., 1999; Werten et al., 1999; Shapiro et al., 2003).

Ранее кДНК структурного гена куриного интерферона-гамма (ИФН- $\gamma$ ) была клонирована в составе вектора, обеспечивающего продукцию и секрецию рекомбинантного белка клетками дрожжей *P. pastoris* (Патент РФ, 2010). Однако полученный интерферон был подвержен протеолитической деградации, возможно, обусловленной наличием нескольких потенциальных сайтов узнавания трипсиноподобными протеазами, два из которых расположены на С-конце молекулы (Татьков и др., 1995).

Исследования стабильности ИФН- $\gamma$  и способов предотвращения их деградации касаются, в основном, белка человека. Существует ряд работ, в которых показано, что делеция 10 аминокислот с С-конца молекулы ИФН- $\gamma$  не только не приводит к потере его активности, но и повышает его стабильность за счет удаления потенциального сайта протеолитической деградации (Waschutza et al., 2000; Мирошников и др., 2005). Известны работы по стабилизации димера ИФН- $\gamma$ , необходимого для проявления биологической активности, за счет введения дополнительных цистеинов (Takehara et al, 2002; Savan et al, 2009).

Для изучения влияния различных модификаций С-конца куриного ИФН- $\gamma$  на его стабильность получили 3 варианта белка (Рисунок 1).

- |                                 | 130   | 140 |
|---------------------------------|---|-----|
| 1. ИФН- $\gamma$                | ...ProSerPheLysArgLysArgSerGlnSerGlnArgArgCysAsnCys |     |
| 2. ИФН- $\gamma$ ( $\Delta 1$ ) | ...ProSerPheLys                                     |     |
| 3. ИФН- $\gamma$ ( $\Delta 2$ ) | ...ProSerPheLysCys                                  |     |
| 4. ИФН- $\gamma$ ( $\Delta 3$ ) | ...ProSerPheLysGln                                  |     |

Рис.1. Аминокислотная последовательность С-конца молекул нативного и модифицированных куриных ИФН- $\gamma$ :

1 – нативный белок; 2 – модифицированный белок, у которого отсутствует 12 С-концевых аминокислот; 3, 4 – модифицированные белки, у которых отсутствует 11 аминокислот, и С-концевой аминокислотой является цистеин или глутамин, соответственно. Потенциальные сайты расщепления трипсиноподобными протеазами подчеркнуты.

Для сравнения стабильности немодифицированного и модифицированных ИФН- $\gamma$  изучали изменение содержания исследуемых белков при культивировании штаммов-продуцентов и в процессе хранения культуральной среды при 4°C. Результаты показали, что немодифицированный интерферон, в отличие от модифицированных вариантов, подвергается протеолитической деградации уже после 5 дней хранения, а на 10 день остается в среде в следовых количествах.

Для того чтобы выяснить, как влияет модификация молекулы ИФН- $\gamma$  курицы на его биологическую активность, определяли противовирусную активность и изучали экспрессию генов, промоторы которых содержат IRSE (interferon response sequence element) последовательности (Sadler, Williams, 2008). Использование второго метода позволяет оценить, может ли рекомбинантный модифицированный интерферон участвовать в сигнальном каскаде, запускаемом в клетках птиц нативным интерфероном.

Противовирусную активность рекомбинантных модифицированных интерферонов тестировали по подавлению цитопатической активности вируса везикулярного стоматита на культуре клеток первичных фибробластов курицы (КЭФ), которые были любезно предоставлены сотрудниками Всероссийского научно-исследовательского ветеринарного института птицеводства РАСХН (г.Ломоносов). В качестве контроля использовали немодифицированный ИФН-γ курицы. Полученные результаты позволяют заключить, что проведенные изменения в структуре ИФН-γ не влияют на его противовирусную активность.

Для оценки способности модифицированных рекомбинантных интерферонов запускать сигнальный каскад и активировать транскрипцию генов, содержащих в промоторе ISRE-последовательности, использовали ОТ-ПЦР в реальном времени.

Одним из белков, индуцируемых в ответ на интерфероны, является дцРНК-зависимая протеинкиназа (PKR), которая фосфорилирует фактор инициации трансляции эукариот eIF2 и участвует в обеспечении противовирусного действия интерферона, служит посредником при активации транскрипции генов, экспрессия которых зависит от интерферона (Okumura et al, 2013).

Еще одним белком, активность которого индуцируется интерфероном, является 2'-5'-олигоаденилатсинтетаза, кодируемая геном *OASL*. Белок первоначально синтезируется в неактивной форме, а его активация происходит при взаимодействии с дцРНК. Белок Oasl осуществляет синтез олигоаденилатов с необычной 2'-5'-фосфодиэфирной связью, которые активируют латентную эндорибонуклеазу L, катализирующую деградацию как вирусной, так и клеточной РНК, что приводит к ингибированию белкового синтеза в зараженных вирусом клетках. Регуляторный район гена *OASL* содержит сайт ISRE, необходимый для активации генов в присутствии альфа-интерферона. Клетки, нечувствительные к альфа-интерферону, способны синтезировать белок Oasl в ответ на гамма-интерферон (Hovanessian et al, 1987).

В работе использовали также ген *MX1*, который кодирует интерферон-индуцируемую ГТФ-азу. При заражении клетки белок Mx1 связывается с одной из субъединиц вирусной полимеразы, блокируя репликацию вируса. Оценка уровня экспрессии гена *MX1* человека используется в клинических исследованиях в качестве маркера дифференциации вирусных и бактериальных инфекций, а также надежного маркера для оценки биодоступности интерферонов I типа (Verhelst et al., 2013).

Исходя из данных о том, что экспрессия генов протеинкиназы (PKR), 2'-5'-олигоаденилатсинтетазы (*OASL*) и гена *MX1* в значительной степени индуцируется интерферонами I и II типов, биологическую активность куриных интерферонов определяли по изменению уровня экспрессии данных генов относительно контрольного гена глицеральдегид-3-фосфатдегидрогеназы (*GAPDH*) в клетках КЭФ (Рисунок 2).

Результаты, представленные на Рисунке 2, показали, что в присутствии рекомбинантных модифицированных и немодифицированного ИФН-γ курицы уровень экспрессии гена *PKR* относительно контрольного гена *GAPDH* возрастает примерно в 2 раза по сравнению с контрольным образцом, содержащим белки культуральной среды исходного штамма, а для генов *OASL* и *MX1* эти различия еще больше.

Экспрессия гена *PKR* в клетках, которые культивировали в присутствии белков культуральной среды исходного штамма дрожжей, может объясняться тем, что представленные на поверхности куриных фибробластов TLR-рецепторы способны воспринимать дрожжевые белки как антигенные детерминанты и, связывая их, запускать экспрессию *PKR*.

Таким образом, удаление потенциальных сайтов расщепления трипсиноподобными протеазами повышает стабильность куриного ИФН-γ, синтезируемого дрожжами *P. pastoris*, и не влияет на его биологическую активность.

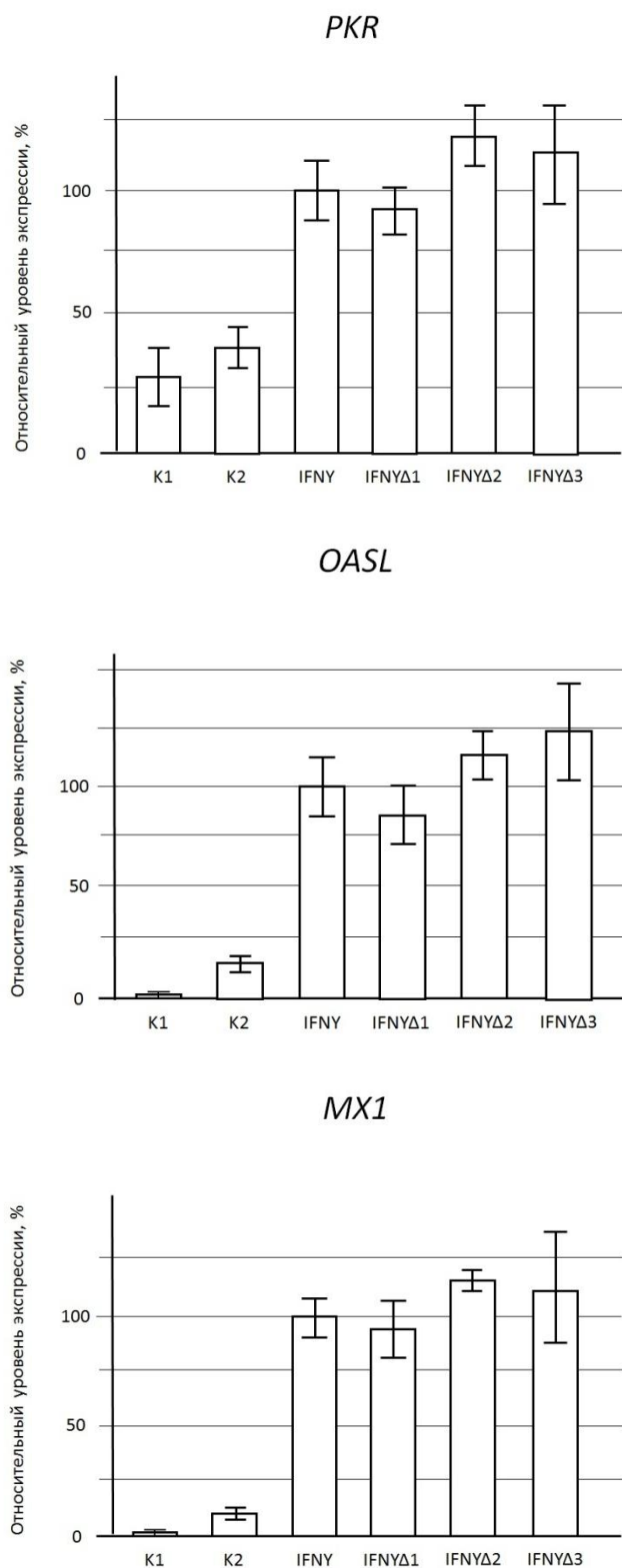


Рис.2. Относительный уровень экспрессии генов *PKR*, *OASL* и *MX1* в клетках КЭФ в присутствии рекомбинантных нативного (IFN $\gamma$ ) и модифицированных (IFN $\gamma\Delta 1$ -3) интерферонов курицы (K1 – уровень экспрессии генов в среде без добавок; K2 – уровень экспрессии генов при добавлении культуральной среды исходного штамма дрожжей *P.pastoris*).

#### Список литературы

1. Мирошников П.Н., Лебедев Л.Р., Терещенко Т.А. // Биотехнология. 2005. №1. С.11-18.
2. Патент РФ. 2010. №2386694.
3. Татьков С.И., Смирнова О.Ю., Цивковский Р.Ю. и др. // Молекуляр. биол. 1995. NT 29. №.5. С.1095-1101.

4. Boehm T., Pirie-Shepherd S., Trinh L.B. et al. // Yeast. 1999. V.15. P.563-572.
5. Cereghino G.P., Cereghino J.L., Ilgen C., Cregg J.M. // Curr. Opin Biotechnol. 2002. V.13. P.329-332.
6. Hovanessian AG, Laurent AG, Chebath J. et. al. // EMBO J. 1987. 6(5). P.1273-80.
7. Okumura FI, Okumura AJ, Uematsu K. et.al. // J Biol Chem. 2013. 288(4). P. 2839-2847.
8. Sadler AJ, Williams BR. //Nat Rev Immunol. 2008. 8(7). P. 559-68.
9. Savan R., Ravichandran S., Collins J.R. et al. // Cytokine & Growth Factor Reviews. 2009. V. 20. P. 115-124.
10. Shapiro R.I., Wen D., Levesque M. et al. // Protein Expres. Purif. 2003. V.29. P.272-283.
11. Takehara K., Kamikawa M., Ohnuki N. et. al. // J.Vet.Med.Sci. 2002. №64. V.2. P. 95-100.
12. Verhelst J, Hulpiau P, Saelens X. // Microbiol Mol Biol Rev. 2013. 77(4). P.551-66.
13. Waschutz G., Li V., Otto B. // United State Patent № 6.046.034. 2000.
14. Werten M.W., van den Bosch T.J., Wind R.D. et al. // Yeast. 1999. V.15. P.1087-1096.

## **СЕКЦИЯ №58. БИОХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.04)**

## **СЕКЦИЯ №59. ФИЗИОЛОГИЯ И БИОХИМИЯ РАСТЕНИЙ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.05)**

## **СЕКЦИЯ №60. БИОТЕХНОЛОГИЯ (В ТОМ ЧИСЛЕ БИОНАНОТЕХНОЛОГИИ) (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.06)**

## **СЕКЦИЯ №61. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ГЕНЕТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.07)**

## **СЕКЦИЯ №62. БИОИНЖЕНЕРИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.08)**

## **СЕКЦИЯ №63. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БИОЛОГИЯ, БИОИНФОРМАТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.01.09)**

### **РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЧИСЛЕННОСТИ ЖИВОТНЫХ**

**Люлякин О.П.<sup>1</sup>, Саранча Д.А.<sup>1</sup>, Тращев Р.В.<sup>2</sup>, Юрезанская Ю.С.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Вычислительный центр  
им. А.А. Дородницына Российской академии наук, г.Москва

<sup>2</sup>Институт фундаментальных проблем биологии РАН, г.Пушино

Предложен способ обоснования биологических гипотез с использованием методов математического моделирования. Он разработан на примере анализа механизмов формирования динамики численности (ДЧ) для популяционных объектов тундры. Каким критериям должен отвечать этот способ обоснования? Для анализа механизмов формирования ДЧ необходимо провести баланс (учет) всех факторов, формирующих это явление. Это можно сделать только в рамках математической модели. Выбор модели – главное предположение. Но какую модель выбрать? Как обосновать выбор?

Такой выбор осуществляется в результате длительного междисциплинарного итерационного процесса, во взаимодействии и под контролем биологов – специалистов в данной области. В процессе итераций происходит углубление представлений об изучаемом объекте, поиск наиболее подходящих математических структур и биологической информации для их наполнения.

Для реализации процедуры междисциплинарного итерационного процесса предложен метод комплексных исследований (КОИС) (Саранча, 1997, Глушков и др., 2013), позволяющий согласовать требования корректности совместного использования биологических, биофизических и математических подходов. Метод КОИС представляет собой способ междисциплинарных исследований сложных биологических объектов при неполной информации об их свойствах. Он включает в себя полный набор операций: от отбора исходной биологической информации до создания набора взаимосвязанных моделей и использования этого набора для анализа биологических механизмов функционирования изучаемых объектов.

Инструментарий проведения междисциплинарных исследований предоставляет системная динамика Дж. Форрестера – метод создания имитационных моделей в диалоге с экспертами. Такой подход позволяет принимать к рассмотрению практически все предложения экспертов – в количественной или качественной форме, относительная простота модификации моделей такого типа позволяет проводить сравнительный анализ различных наборов исходных предположений, данных, гипотез.

Эффективность чисто имитационных технологий сдерживают ограничение численными расчетами и детальность описания, перерастающая в «необозримость» модели. Метод КОИС, опираясь на междисциплинарные достоинства имитационных подходов, стремится устранить их недостатки. Главный аспект, стимулировавший формирования КОИС, связан с тем, что детальная имитационная модель, при создании которой каждый блок выверен со специалистами, с помощью которой удастся воспроизвести динамику близкой к наблюдаемой в природе, в силу своей громоздкости не гарантирует понимание механизмов функционирования изучаемого биологического объекта. Для этого предлагается использовать сопряженные аналитические модели, допускающие параметрические исследования.

Итак, метод КОИС включает в себя взаимосвязанный набор операций: сбор, отбор, анализ и переработка исходной (биологической) информации, обоснование и построение детальных имитационных моделей; анализ их свойств; формирование имитационной системы – набора взаимосвязанных моделей разной степени детализации, включающей в себя упрощенные модели, допускающие проведение аналитического (портретного) исследования; формулирование на их основе гипотез о ведущих механизмах исследуемого явления.

Создание упрощенных (аналитических) моделей осуществляется посредством совместного анализа эколого-биологической информации и результатов вычислительных экспериментов на основании редукции базовых имитационных моделей.

Упрощенная модель и есть гипотеза о ведущих механизмах исследуемого экологического процесса. В этом и состоит идея обоснования биологических гипотез с использованием методов математического моделирования.

Далее возникает проблема перевода этого математического факта на общечеловеческий язык, близкий и понятный биологам. (При переводе, естественно, часть информации теряется).

Такой подход реализован при моделировании тундровых популяций и сообществ. Но почему выбрана тундра? Для создания содержательной математической модели необходимо некоторое яркое явление, для объяснения которого она и создается. Главное достоинство выбранного объекта – наличие ярко выраженных регулярных колебаний численности животных, в частности, песцов и их основного корма – леммингов (тундровых грызунов, широко известных своими миграциями), что является надежным тестирующим эффектом при исследовании динамики численности животных. Отмечены регулярные пики численности животных, в среднем раз в три-четыре года, на п. Таймыр раз в три года (Oksanen et al., 2008).

В результате проведенных исследований был построен соответствующий набор моделей (Тращев и др., 2014). Основа набора – имитационная модель «растительность – лемминги – песцы», созданная в результате компромисса между экологическим и математическими требованиями. Она основана на учете сезонных изменений трофических взаимодействий внутри сообщества и построена с помощью экспертно оцененных зависимостей. Степень изученности, многообразие предположений о ведущих механизмах, определяющих колебания численности тундровых животных, позволяли широко варьировать постулатами, положенными в основу моделей. Было создано достаточно много вариантов модели, использующих те или иные зависимости, те или иные гипотезы о свойствах изучаемых объектов. Модификации моделей состояли в изменении констант, функций или в выборе нового набора функциональных зависимостей. В результате вычислительных экспериментов были получены характерные для тундры трех-, четырехлетние циклы колебаний численности леммингов и песцов.

Анализ результатов вычислительных экспериментов с исходной моделью показал ведущую роль популяции леммингов в формировании колебаний численности животных тундрового сообщества. Для изучения популяции леммингов, определяющих характер колебаний численности животных тундрового сообщества, создана модель этой популяции с учетом возрастной структуры (Саранча, 1997, Орлов и др., 1986) .

Анализ результатов вычислительных экспериментов с двумя взаимодополняющими типами моделей привел к обоснованию упрощенной модели в виде одномерного разностного уравнения (функции последования), связывающего численности леммингов в двух соседних годах (Саранча, 1997, Орлов и др., 1986, Недоступов и др., 2010).

Итак, построен набор взаимосвязанных моделей. Основа набора – подробные имитационные модели, построенные во взаимодействии с биологами. Эти модели позволяют учитывать изменения биологических характеристик, экосистемных показателей, проигрывать различные сценарии возможных изменений внешней среды, но главное – устраняют типичные претензии к математическим моделям о недостаточной обоснованности используемых предположений. Но вершина моделирования – обоснование упрощенной модели. Наличие такой модели, обоснованной в результате применения КОИС, позволило сформулировать количественные гипотезы о ведущих (главных, определяющих) механизмах формирования колебаний численности популяции леммингов, определяющих колебания численности видов рассматриваемого тундрового сообщества.

Динамика численности популяции леммингов определяется тремя показателями: 1) скоростью прироста биомассы в благоприятный год; 2) максимальной численностью; 3) выживаемостью в наиболее неблагоприятных условиях. Первый показатель характеризует баланс между процессами рождаемости и смертности в отсутствии "давления среды"; второй характеризует экосистему в целом и отражает коэволюцию леммингов и кормовой базы; третий характеризует адаптационные свойства леммингов в экстремальных условиях и во многом определяется локальными характеристиками, в частности рельефом местности в местах перезимовки. Полученные выводы хорошо согласуются с одной из распространенных гипотез о том, что формирует колебания численности популяций не какой-то отдельно взятый фактор, а некоторая их комбинация (Саранча, 1997, Орлов и др., 1986, Oksanen et al, 2008).

Наличие в наборе упрощенных (аналитических) моделей в виде функций последования, позволяющих проводить параметрические исследования, качественно изменило технологию и возможности моделирования. Дало возможность оценивать допустимость тех или иных предположений в исходной имитационной модели, в частности, устранить требования к необходимости нелинейности во взаимодействии видов, в «жесткой» внутривидовой регуляции и показало возможность возникновения периодичности за счет особенностей сезонного поведения модели.

Такая модель была реализована Р.В. Трапеевым. (Трапеев и др., 2014) Наличие функции последования позволило перейти на другой уровень описания – использование индивидуально-ориентированных моделей. Такие модели создаются в настоящее время О.П. Люлякиным (Трапеев и др., 2014; Sarancha et al, 2012).

Особая роль функций последования в исследовании колебаний численности популяций тундровых животных привела к поиску более тесной связи функций последования и исходной модели «растительность – лемминги – песцы». На основе совместного анализа эколого-биологической информации и результатов вычислительных экспериментов удалось сформулировать и решить «обратную имитационную задачу» (Саранча, 1997, Трапеев и др., 2014 ) – ввести такие дополнительные предположения, которые позволили бы получить формулы, связывающие параметры исходной модели сообщества с параметрами разностного уравнения. Такой переход основан на том, что в конкретный временной отрезок (сезон) изменение соответствующих переменных происходит в сравнительно узком диапазоне, что позволяет для этого диапазона осуществить линеаризацию исходных (экспертных) функций.

Кроме того, было проведено исследование полученной упрощенной модели. В качестве некоторого приближения рассмотрено уравнение вида:

$$X^{t+1} = F_1(X^t) = \begin{cases} 2X^t, & 0 \leq X^t \leq 0.5, \\ 1 - r(X^t - 0.5), & 0.5 < X^t \leq 0.5 + \frac{1-d}{r}, \\ d(0 < d < 1), & 0.5 + \frac{1-d}{r} < X^t \leq 1. \end{cases} \quad (1)$$



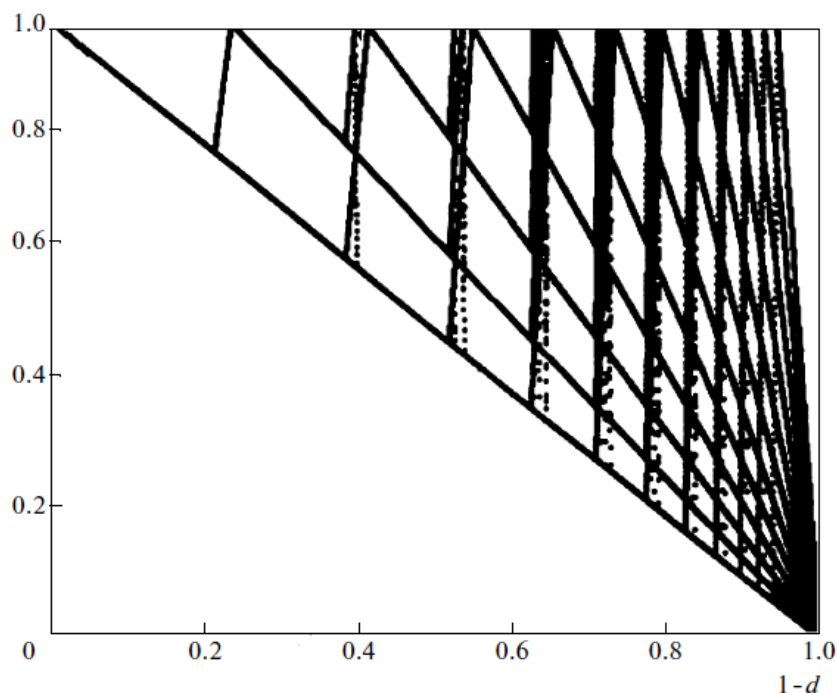


Рис.1. Результаты вычислительных экспериментов с моделью (1) – зависимость траекторий модели от величины  $1-d$ . По оси абсцисс отложена величина  $1-d$ . Вертикальное сечение графика при выбранном значении  $d$  представляет собой точки траектории

Для такой функции были проведены вычислительные эксперименты (при  $r \gg 1$ ) [5]. Характер динамических режимов исследовался при изменении параметра  $d$  (ступеньки) от 1 до 0. Проведенные вычислительные эксперименты (Тращев и др., 2014; Недоступов и др., 2010) показали, что можно выделить зоны стабильности, которые отделены переходными зонами со сложными режимами. Внутри зон стабильности период траекторий постоянный, при переходе от одной зоны стабильности к другой период изменяется в порядке натурального ряда. В каждой из переходных зон существуют периодические траектории с периодом большим любого наперед заданного натурального числа. При этом «ширину» переходных зон можно сделать как угодно малой при стремлении параметра  $r$  к бесконечности (Рисунок 1).

#### Список литературы

1. Глушков В.Н., Саранча Д.А.. Комплексный метод математического моделирования биологических объектов. Моделирование тундрового сообщества // Автоматика и телемеханика. -2013. -№2. -С. 94 -108.
2. Недоступов Э.В., Саранча Д.А., Чигрев Е.Н., Юрезанская Ю.С. О некоторых свойствах одномерных унимодальных отображений // ДАН. Т. 430. - 2010. - №1. - С. 23-28.
3. Орлов В.А., Саранча Д.А., Шелепова О.А. Математическая модель динамики численности популяции леммингов (*Lemmus Dicrostonyx*) и ее использование для описания популяций Восточного Таймыра // Экология. -1986. -№2. -С. 43-51.
4. Саранча Д.А. Количественные методы в экологии. Биофизические аспекты и математическое моделирование. -М.: МФТИ, 1997. - 283 с
5. Тращев Р. В., Люлякин О. П., Саранча Д. А., Юрезанская Ю. С. Метод комплексных исследований на примере моделирования популяций леммингов. - М.: ВЦ РАН, 2014. - 115с.
6. Oksanen T., Oksanen L., Dahlgren J., Olofsson J. Arctic lemmings, *Lemmus* spp. and *Dicrostonyx* spp.: integrating ecological and evolutionary perspectives // Evolutionary Ecology Research. - 2008. -V.10. -P. 415-434.
7. Sarancha D.A, Lyulyakin O.P., Trashcheev R.V. Interaction of simulation and analytic methods in modelling of ecological and biological objects // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. - 2012. - V. 27. - N. 5. -P. 413-522.

**ОБЩАЯ БИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.00)**

**СЕКЦИЯ №64.  
БОТАНИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.01)**

**СЕКЦИЯ №65.  
ВИРУСОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.02)**

**СЕКЦИЯ №66.  
МИКРОБИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.03)**

**СЕКЦИЯ №67.  
ЗООЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.04)**

**СЕКЦИЯ №68.  
ЭНТОМОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.05)**

**СЕКЦИЯ №69.  
ИХТИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.06)**

**СЕКЦИЯ №70.  
ГЕНЕТИКА (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.07)**

**СЕКЦИЯ №71.  
ЭКОЛОГИЯ (ПО ОТРАСЛЯМ) (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.08)**

**СЕКЦИЯ №72.  
БИОГЕОХИМИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.09)**

**СЕКЦИЯ №73.  
ГИДРОБИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.10)**

**СЕКЦИЯ №74.  
ПАРАЗИТОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.11)**

**СЕКЦИЯ №75.  
МИКОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.12)**

**ПРОЦЕССЫ ПОЧВООБРАЗОВАНИЯ В ТЕХНОГЕННЫХ ЭКОСИСТЕМАХ ЕКАТЕРИНБУРГА**

**Двореченский В.Г.<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>ФГБУН Институт почвоведения и агрохимии СО РАН (ИПА СО РАН), г.Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет

Групповой состав железа в профилях почв как естественных, так и техногенных экосистем имеет диагностическое значение, выражая различные внутрипочвенные процессы, такие как накопление гумуса, микроагрегация, формирование органоминеральных комплексов. Чувствительность железа к изменению окислительно-восстановительных условий, способность образовывать различные соединения с органическими кислотами, склонность к гидролизу и др. определяет одно из его главных свойств – способность отражать различные стадии почвообразовательного процесса [Зонн, 1982]. Объект исследования расположен в южной подзоне зоны северной тайги, в которой железо является элементом типоморфным.

В 2013 году проводился отбор образцов эмбриоземов, формирующихся на внешних транспортных отвалах, отсыпанных в поселке Рудном, расположенном в черте города Екатеринбурга. В том же году проводились аналитические работы и обработка результатов. Субстрат отвалов состоит из пород мезозойской коры выветривания. Возраст отвалов около 70 лет.

Железо подразделялось на формы и фракции, согласно классификации С.В. Зонна [Зонн, 1982]. Определялось силикатное и несиликатное железо, а также его аморфные формы. Общее (валовое) содержание железа ( $Fe_{вал}$ ), несиликатное или свободное железо ( $Fe_{д}$ ), извлекаемое из почвы методом Мера и Джексона в модификации по Коффину, аморфные формы железа по Тамму, железо по Баскомбу определялись общепринятыми методами [Зонн, Рукака, 1978], что позволило выделить аморфные органоминеральные и минеральные фракции железа. При описании количества, распределения и соотношения форм и фракций железа использовался подход С. В. Зонна, который изучал данные параметры по абсолютному содержанию их в почве, а не в процентах от валового железа.

В окрестностях п. Рудного, под лесными хвойными массивами диагностируются дерново-подзолистые почвы, которые определяются, как зональные. Фоновыми почвами, формирующимися неподалеку от исследуемых отвалов, являются бурые лесные почвы.

Соотношения групп и фракций железа указывают на почвообразовательные процессы, которые могут идти в фоновых почвах таежной зоны: 1) подзолообразование – процесс, характеризующийся наибольшей профильной дифференциацией соединений железа, невысоким содержанием силикатных и несиликатных форм в верхней элювиальной толще. Для подзолообразования характерно слабое накопление аморфного железа при резком обеднении всеми формами и полном выносе аморфного железа из горизонта  $A_2$ . Горизонт В определяется иллювиальной аккумуляцией аморфного железа, особенно его фракции, связанной с органическим веществом. В горизонте С присутствуют аморфное железо и сильноокристаллизованная фракция (характерна только для дерново-подзолистых, бурых лесных и таежных почв) [Зонн, 1982]. Подобное распределение форм железа отражает процессы разрушения первичных силикатов в горизонте А и накопление продуктов разрушения в горизонте В и отличает подзолообразование от всех остальных процессов; 2) буроземообразование – процесс неустойчивого, слабо дифференцированного соотношения и распределения силикатных и свободных, несиликатных соединений железа, с колебаниями содержания каждого из них от 27 – 33 % до 67 – 73 % от валового железа. Для буроземообразования характерно преобладание и увеличение с глубиной слабоокристаллизованной фракции и снижение аморфного железа; 3) псевдоподзоливание – процесс, определяющийся двучленной дифференциацией в распределении форм железа [Зонн, Рукака, 1978].

Данная краткая характеристика процессов представлена с целью определения направленности почвообразования путем сопоставления группового состава железа в естественных почвах с групповым составом железа в эмбриоземах техногенных экосистем.

Согласно классификации почв техногенных ландшафтов [Курачев, Андроханов, 2002], почвенный покров в нарушенных экосистемах формируется сингенетично стадиям развития растительных сукцессий. Проведенные ранее исследования показали, что развитие эмбриоземов в горно-таежной зоне имеет 2 направления: 1) инициальные ↔ органо-аккумулятивные; 2) инициальные → органо-аккумулятивные → дерновые → гумусово-

аккумулятивные [Двуреченский, 2011]. Типы эмбриоземов характеризуются определенным строением слабовыраженного почвенного профиля и различаются по степени развитости биологических и почвообразовательных процессов.

Данное исследование группового состава железа позволило определить подтиповые особенности эмбриоземов органо-аккумулятивных: подтип буроземоподобные [Двуреченский, Середина, 2014]; подтип псевдоподзолистые [Двуреченский, 2015]; подтип типичные. Отмечается преобладание силикатного железа над несиликатным во всех почвах (табл.). В верхней части профиля эмбриоземов органо-аккумулятивных типичных и буроземоподобных, как и в фоновой почве, аморфное железо аккумулируется в верхней части профиля; снижается в средней и немного увеличивается в нижней. В эмбриоземе органо-аккумулятивном псевдоподзолистом аморфная форма аккумулируется в нижней части профиля.

Аморфное железо общее, а также его органическая фракция накапливается в верхних горизонтах и уменьшается вниз по профилю, по мере ослабления интенсивности выветривания и почвообразования, то есть имеет аккумулятивный характер, что свойственно буроземообразованию. Содержание минеральной фракции аморфного железа снижается с глубиной. В эмбриоземе органо-аккумулятивном псевдоподзолистом аморфное железо и его органическая фракция выносятся из средней части профиля и накапливаются в нижней, что свойственно подзолообразованию.

Таблица 1

Групповой состав железа						
Горизонт, глубина, см	Валовое, %	Силикатное, %	Несиликатное, %	Аморфное, %		
				Общее	Минеральн.	Органич.
Бурая лесная почва						
A <sub>1</sub> (6-16)	6,14	4,35	1,79	1,50	1,28	0,22
B <sub>1</sub> (16-27)	7,66	6,04	1,62	1,28	1,22	0,04
B <sub>2</sub> (27-50)	8,89	6,63	2,26	1,27	0,87	0,40
BC(50->)	9,33	6,76	2,57	1,47	1,22	0,25
Эмбриозем органо-аккумулятивный буроземоподобный						
A <sub>01</sub> (0-3)	12,24	7,97	4,27	2,22	1,16	1,06
A <sub>02</sub> (3-7)	34,34	19,24	15,10	1,34	0,13	1,21
C <sub>1</sub> (7-20)	43,12	27,22	15,90	1,44	0,29	1,15
C <sub>2</sub> (>20)	47,54	33,24	14,30	1,73	0,88	0,85
Эмбриозем органо-аккумулятивный типичный						
A <sub>0</sub> (0-4)	11,94	8,75	3,19	2,15	1,50	0,65
C <sub>1</sub> (4-20)	11,41	8,84	3,57	1,44	0,02	1,42
C <sub>2</sub> (>20)	14,18	11,12	3,06	1,74	0,29	1,45
Эмбриозем органо-аккумулятивный псевдоподзолистый						
A <sub>д</sub> (0-5)	9,53	3,23	6,30	1,39	0,33	1,06
C <sub>1</sub> (5-10)	10,18	4,10	6,08	2,30	0,88	1,42
C <sub>2</sub> (>20)	11,18	7,10	4,08	1,82	0,76	1,06

Групповой состав железа эмбриоземов и фоновых бурых лесных имеет некоторое генетическое сходство. Это проявляется в следующем: а) преобладание силикатного железа над несиликатным свидетельствует о слабой степени выветренности пород, зависящей от каменности субстрата, времени почвообразования; б) аморфное железо накапливается в органогенных горизонтах, где представлено, в основном, органической фракцией, так как в горно-таежной зоне происходит биогенное накопление железа в результате преобразования растительного опада путем интенсивной аккумуляции, минерализации и гумификации органического вещества вследствие большого количества опада и благоприятными для этих процессов климатическими условиями. Вниз по профилю содержание аморфного железа снижается, т.е. подвижность железа падает.

Проведенные исследования показали, что в почвах, формирующихся на отвалах п. Рудного, направление почвообразования под лесной, в основном, хвойной растительностью происходит по типу буроземообразования. На открытых участках, под лесным разнотравьем почвообразование происходит по типу подзолообразования. На некоторых участках диагностируются эмбриоземы органо-аккумулятивные типичные, которые при дальнейшем развитии могут перейти в следующую эволюционную фазу – дерновую. В последующем возможно образование эмбриоземов гумусово-аккумулятивных, которые считаются наиболее эволюционно развитыми почвами

техногенных экосистем, при этом имеющие сложное морфологическое строение, по сравнению с другими типами эмбриоземов.

Таким образом, в почвенном покрове предполагается формирование бурых лесных почв, дерново-подзолистых почв и эмбриоземов гумусово-аккумулятивных. Вероятнее всего, площадь бурых лесных почв будет значительно превышать площадь почв дерново-подзолистых.

#### Список литературы

1. Двуреченский В.Г. Географо-генетическая характеристика форм железа в эмбриоземах Кузбасса: автореф. дис. ... канд. биол. наук. – Новосибирск, 2011. – 19 с.
2. Двуреченский В.Г. Середина В.П. Характеристика почвенного покрова техногенных ландшафтов Красногорского каменноугольного разреза // Вестник Томского государственного университета, 2014. – № 387. – С.257-265.
3. Двуреченский В.Г. Динамика группового состава железа в почвах техногенных ландшафтов лесостепных участков Кузнецкой котловины // Сиб. экол. журн., 2015. – №1. – С. 136-144.
4. Зонн С.В. Железо в почвах. – М.: Наука, 1982. – 208 с.
5. Зонн С.В., Рукака А.Н. Методы определения несиликатных форм железа в почвах. // Почвоведение, 1978. – №2. – С. 89-101.
6. Курачев В.М., Андроханов В.А. Классификация почв техногенных ландшафтов. // Сиб. экол. журн., 2002. – №3. – С. 255-261.

#### СЕКЦИЯ №77.

#### БИОЛОГИЧЕСКИЕ РЕСУРСЫ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.02.14)

### ИНТРОДУКЦИОННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ РОДА СОСНА (PINUS L.) ДЛЯ ЗЕЛЕНОГО СТРОИТЕЛЬСТВА В РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ

Куропятников М.В., Козловский Б.Л., Федоринова О.И., Хворост Е.И.

Ботанический сад Академии биологии и биотехнологии ЮФУ

В степной зоне юга России основным ресурсом для зеленого строительства являются адвентивные виды древесных растений. Среди них особый интерес представляют вечнозеленые деревья, выполняющие в населенных пунктах как экологическую, так и архитектурно-планировочную функции. Среди представителей семейства сосновые (Pinaceae Spreng. ex F. Rudolphi) в устойчивой и преемственной культуре находится всего 4 вида – сосна крымская и обыкновенная, ель европейская и колючая. Поэтому интродукционное испытание новых видов этого семейства является весьма актуальным.

Род Pinus насчитывает около 100 видов, распространенных в северном полушарии, начиная с северной границы леса в Сев. Европе, Азии и Сев. Америки, до Канарских островов, Малой Азии, Бирмы, Филиппин, Центральной Америки. Для зеленого строительства этот род интересен разнообразием жизненных форм, высокой декоративностью, относительной устойчивостью и легкостью размножения видов.

В статье приводятся результаты интродукционного испытания видов рода Pinus в Ботаническом саду ЮФУ. Результаты исследований представлены в виде аннотированного списка. В списке для каждого вида последовательно указывается:

- жизненная форма по системе И.Г. Серебрякова (1964);
- тип жизненной формы по системе Г.М. Зозулина (1961);
- размеры (высота) вида, которых он достигает в пункте интродукции;
- эколого-биологические свойства по шкалам А.Я. Огородникова (1993), включающие показатели зимостойкости, засухоустойчивости, устойчивости к вредителям и болезням, семенной репродуктивности в баллах, при этом наивысший балл – 5, наименьший – 1;
- сроки спороношения и семеношения;
- декоративная долговечность (в годах);
- родина вида (естественный ареал) или же его культурное происхождение.

В заключение характеристики отмечен факт занесения вида в Красную книгу Российской Федерации (2008).

Данные о семенной репродуктивности, сроках спороношения и семеношения, отсутствуют для видов, не вступивших в репродуктивный период. Возраст декоративной долговечности определялся исходя из того, что для древесных растений он ограничивается сроками наступления сенильной стадии онтогенеза (Лучник, 1988).

Номенклатура видов выверена по С.К. Черепанову (1995) и «Конспекту флоры Восточной Европы. Т.1» (2012). Для видов, отсутствующих в перечисленных источниках, номенклатура выверялась по «The International Plant Names Index».

Все эколого-биологические характеристики видов репрезентативны только для пункта интродукции.

Список видов рода *Pinus*, прошедших интродукционное испытание:

*Pinus aristata* Engelm. – Сосна остистая. Д. кустовидного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 4 м. Зимост. 5, засухоуст. 3, уст. к вредит. и болезням 3, семен. репродукт. 3. Сп. V, сем. IX–X. Декоративная долговечность не менее 12 лет. Родина – Сев. Америка.

*P. banksiana* Lamb. – С. Банка. Д. лесостепного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 6 м. Зимост. 5, засухоуст. 3, уст. к вредит. и болезням 4, семен. репродукт. 3. Сп. V, сем. IX–X. Декоративная долговечность 25–30 лет. Родина – Сев. Америка.

*P. bungeana* Zucc. ex Endl. – С. Бунге, или кружевнокорая. Д. лесного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 6 м. Зимост. 5, засухоуст. 3, уст. к вредит. и болезням 4, семен. репродукт. 2. Сп. V, сем. нет. Декоративная долговечность 20–25 лет. Родина – Китай.

*P. sembra* L. – С. кедровая европейская, или «Европейский кедр». Д. лесного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 5 м. Зимост. 5, засухоуст. 3, уст. к вредит. и болезням 4, семен. репродукт. 2. Сп. V, сем. нет. Декоративная долговечность 20–25 лет. Родина – Центр. Европа.

*P. densiflora* Siebold & Zucc. – С. густоцветная, или японская красная. Д. кустовидного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 4 м. Зимост. 5, засухоуст. 4, уст. к вредит. и болезням 3, семен. репродукт. 3. Сп. V, сем. нет. Декоративная долговечность 25–30 лет. Родина – Япония. Занесен в КК РФ.

*P. flexilis* E. James – С. извитая, или гибкая. Д. лесного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 10 м. Зимост. 5, засухоуст. 4, уст. к вредит. и болезням 4, семен. репродукт. 3. Сп. V, сем. IX–X. Декоративная долговечность 35–40 лет. Родина – Сев. Америка.

*P. mugo* Turra – С. горная. К., вечнозелёный. Реддитивный. До 1,5 м. Зимост. 5, засухоуст. 4, уст. к вредит. и болезням 4, семен. репродукт. 2. Сп. IV–V, сем. нет. Декоративная долговечность 20–25 лет. Родина – Европа.

*P. nigra* J. F. Arnold – С. чёрная, или австрийская. Д. лесного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 12 м. Зимост. 4, засухоуст. 4, уст. к вредит. и болезням 4, семен. репродукт. 4. Сп. IV–V, сем. X. Декоративная долговечность 35–40 лет. Родина – Гималаи.

*P. nigra* subsp. *laricio* Maire [*P. nigra* subsp. *calabrica* (Loudon) A. E. Murray, *P. calabrica* Gordon] – С. калабрийская, или корсиканская. Д. лесного типа, вечнозелёный. До 12 м. Реддитивный. Зимост. 4, засухоуст. 4, уст. к вредит. и болезням 4, семен. репродукт. 4. Сп. IV–V, сем. X. Декоративная долговечность 30–35 лет. Родина – Италия, о. Корсика.

*P. pallasiana* D. Don – С. Палласова, или крымская. Д. лесного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 12 м. Зимост. 4, засухоуст. 4, уст. к вредит. и болезням 4, семен. репродукт. 4. Сп. IV–V, сем. X. Декоративная долговечность 45–50 лет. Родина – Балканы, Южн. Карпаты, Крым. Занесен в КК РФ.

*P. peuce* Griseb. – С. румелийская. Д. лесного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 5 м. Зимост. 5, засухоуст. 3, уст. к вредит. и болезням 3, семен. репродукт. 2. Сп. IV–V, сем. нет. Декоративная долговечность 20–25 лет. Родина – Балканы.

*P. ponderosa* Douglas ex P. Lawson & C. Lawson – С. тяжёлая, или жёлтая. Д. лесного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 12 м. Зимост. 5, засухоуст. 4, уст. к вредит. и болезням 4, семен. репродукт. 2. Сп. V, сем. нет. Декоративная долговечность 35–40 лет. Родина – Сев. Америка.

*P. pumila* (Pall.) Regel – С. карликовая, или «Кедровый стланик». К., вечнозелёный. Реддитивный. До 0,5 м. Зимост. 5, засухоуст. 4, уст. к вредит. и болезням 4, семен. репродукт. 2. Сп. IV–V, сем. нет. Декоративная долговечность не менее 10 лет. Родина – Вост. Сибирь.

*P. sibirica* Du Tour – С. кедровая сибирская, или «Сибирский кедр». Д. лесного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 6 м. Зимост. 5, засухоуст. 3, уст. к вредит. и болезням 4, семен. репродукт. 2. Сп. V, сем. нет. Декоративная долговечность 20–25 лет. Родина – Сибирь.

*P. sosnowskyi* Nakai [*P. sylvestris* var. *hamata* Stev., *P. sylvestris* subsp. *hamata* (Stev.) Fomin, *P. kochiana* Klotzsch ex K. Koch, *P. hamata* (Stev.) Sosn. non Roehl] – С. Сосновского, или крючковатая. Д. лесного типа,

вечнозелёный. Реддитивный. До 10 м. Зимост. 5, засухоуст. 3, уст. к вредит. и болезням 3, семен. репродукт. 3. Сп. IV–V, сем. X. Декоративная долговечность 25–30 лет. Родина – Кавказ.

*P. strobus* L. – С. веймутова. Д. лесного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 12 м. Зимост. 4, засухоуст. 3, уст. к вредит. и болезням 3, семен. репродукт. 3. Сп. V, сем. VIII–IX. Декоративная долговечность 35–40 лет. Родина – Сев. Америка.

*P. sylvestris* L. – С. обыкновенная. Д. лесного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 10 м. Зимост. 5, засухоуст. 3, уст. к вредит. и болезням 3, семен. репродукт. 3. Сп. IV–V, сем. X. Декоративная долговечность 25–30 лет. Родина – Европа, Крым, Кавказ.

*P. wallichiana* A. B. Jackson (*P. excelsa* Wall. ex D. Don) – С. Уоллича, или гималайская. Д. лесного типа, вечнозелёный. Реддитивный. До 12 м. Зимост. 4, засухоуст. 3, уст. к вредит. и болезням 3, семен. репродукт. 2. Сп. V, сем. нет. Декоративная долговечность 25–30 лет. Родина – Гималаи.

Фактором, лимитирующим привлечение в региональную культуру большего числа видов рода сосна являются отрицательные температуры зимнего периода. Для зимостойких видов основной проблемой культуры являются вредители и болезни. Для озеленения населенных пунктов Ростовской области по итогам интродукционного испытания пригодны: *Pinus flexilis*, *P. mugo*, *P. nigra*, *P. nigra* subsp. *laricio*, *P. pallasiana*, *P. ponderosa*, *P. sylvestris*.

#### Список литературы

1. The International Plant Names Index [Electronic resource] Mode of access: <http://www.ipni.org>
2. Зозулин Г. М. Система жизненных форм высших растений // Ботан. журн. 1961. Т. 46, № 1. С. 3–20.
3. Конспект флоры Восточной Европы. Т.1 / Под ред. Н. Н. Цвелева. М.; СПб.: Тов-во науч. изд. КМК, 2012. 630 с.
4. Красная книга Ростовской области: в 2 т. Т. 2. Редкие и находящиеся под угрозой исчезновения грибы, лишайники и растения / Под. ред. В.В. Федяевой. Ростов-на-Дону: Изд-во «Малыш», 2004. 333 с.
5. Лучник З. И. Декоративная долговечность кустарников в культуре. – Новосибирск: Наука, 1988. 103 с.
6. Огородников А.Я. Методика визуальной оценки биоэкологических свойств древесных растений населенных пунктов степной зоны // Итоги интродукции растений. Ростов-на-Дону: Изд-во Ростовск. ун-та, 1993. С. 50–58.
7. Серебряков И.Г. Жизненные формы высших растений и их изучение // Полевая геоботаника. Л.: Наука, 1964. – Т. 3. – С. 146–205.
8. Черепанов С.К. Сосудистые растения России и сопредельных государств. СПб.: Мир и семья, 1995. 992 с.

## ФИЗИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.00)

### СЕКЦИЯ №78.

#### ФИЗИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.01)

### СЕКЦИЯ №79.

#### АНТРОПОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.02)

### СЕКЦИЯ №80.

#### ИММУНОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.03)

### СЕКЦИЯ №81.

#### КЛЕТОЧНАЯ БИОЛОГИЯ, ЦИТОЛОГИЯ, ГИСТОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.04)

**СЕКЦИЯ №82.  
БИОЛОГИЯ РАЗВИТИЯ, ЭМБРИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.05)**

**СЕКЦИЯ №83.  
НЕЙРОБИОЛОГИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 03.03.06)**

**ГЕОГРАФИЯ**

**СЕКЦИЯ №84.  
ФИЗИЧЕСКАЯ ГЕОГРАФИЯ И БИОГЕОГРАФИЯ, ГЕОГРАФИЯ ПОЧВ И  
ГЕОХИМИЯ ЛАНДШАФТОВ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 25.00.23)**

**СЕКЦИЯ №85.  
ЭКОНОМИЧЕСКАЯ, СОЦИАЛЬНАЯ, ПОЛИТИЧЕСКАЯ И РЕКРЕАЦИОННАЯ  
ГЕОГРАФИЯ (СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 25.00.24)**

**СЕКЦИЯ №86.  
ГЕОМОРФОЛОГИЯ И ЭВОЛЮЦИОННАЯ ГЕОГРАФИЯ  
(СПЕЦИАЛЬНОСТЬ 25.00.25)**

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

**СЕКЦИЯ №87.  
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ**

**ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ПЛАТФОРМЫ DEDUCTOR ДЛЯ АНАЛИЗА ДАННЫХ**

**Ризаев И.С., Мифтахутдинов Д.И.**

Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ, г.Казань

Стремительное развитие информационных технологий, в частности, прогресс в методах сбора, хранения и обработки данных позволил многим организациям собирать огромные массивы данных, которые необходимо анализировать. Объемы этих данных настолько велики, что возможностей экспертов уже не хватает, что породило спрос на методы интеллектуального анализа данных (с англ. Data Mining), который с каждым годом постоянно увеличивается. Интеллектуальный анализ данных помогает найти скрытые ранее закономерности и отношения в данных для того, чтобы можно было принять более обоснованные решения [1-3].

В настоящее время существуют большое количество инструментальных средств, позволяющих решать задачи Data Mining. Особое место занимает система Deductor (флагманский продукт компании BaseGroup Labs) [4].

Deductor – аналитическая платформа, предназначенная для создания законченных прикладных решений в области анализа данных. Реализованные в Deductor технологии позволяют на базе единой архитектуры пройти все этапы построения аналитической системы: от консолидации данных до построения моделей и визуализации полученных результатов. Архитектура платформы Deductor представлена на Рисунке 1.

Data Mining – это не один метод, а совокупность большого числа различных методов обнаружения знаний. Базовыми методами являются:



1. Классификация – это установление зависимости дискретной выходной переменной от входных переменных.

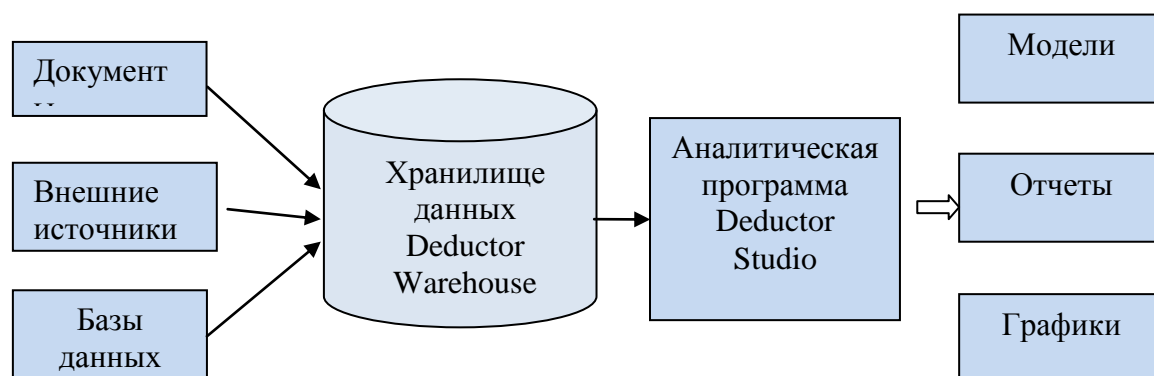


Рис.1. Архитектура системы Deductor

2. Регрессия – это установление зависимости непрерывной выходной переменной от входных переменных.

3. Кластеризация – это группировка объектов (наблюдений, событий) на основе данных, описывающих свойства объектов.

4. Ассоциация – выявление закономерностей между связанными событиями.

Решение задачи классификации сводится к определению класса объекта по его признакам, при этом множество классов, к которым может быть отнесен объект, известно заранее. Существуют различные методы классификации. Удобным средством является классификация на основе «деревьев решений».

Классификация на основе метода «Дерева решений».

В основе данного метода лежит рекурсивное разбиение всего множества объектов на подмножества, ассоциируемые с классами. Мерой оценки разбиения на классы является чистота класса, что означает отсутствие в классе посторонних объектов (примесей). Существуют различные алгоритмы разбиения на классы, которые основываются на том, что разбиение производится по очереди по каждому входному атрибуту  $\{A_j\}$  и проверяется степень увеличения чистоты разбиения.

Пусть задано множество объектов  $Q (A_1, A_2, \dots, A_n)$ , для которых определены классы  $\{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ . Выбирается один из входных атрибутов  $A_j$ , после чего данное множество разбивается на подмножества  $\{Q_1(A_1), Q_2(A_2), \dots, Q_n(A_n)\}$ . Затем выбирается другой атрибут и проверяется разбивка на классы. Данная процедура будет повторяться до тех пор, пока подмножества не будут содержать объекты только одного класса. Надо иметь в виду, что процедура не является однозначной. В зависимости от последовательности применения атрибутов могут быть получены различные деревья решений. Задачей является получение наиболее идеального компактного дерева. Казалось бы, что надо исследовать все деревья, но оказывается, что даже обычный простой перебор может привести к комбинаторному взрыву. Критерии разбиения дерева решений. Эффективность разбиения можно оценить по чистоте полученных дочерних узлов. Существуют различные критерии разбиения. Наиболее популярными являются: индекс Gini, информационный критерий, ХИ-квадрат, метод Naïve Bayes и др. Оценка качества классификации выполняется с помощью следующих показателей: поддержка (support), достоверность (confidence).

$$\text{Supp} = N_{\text{кл}} / N, \quad \text{Conf} = N_{\text{кл}} / N_{\text{ус}},$$

где  $N_{\text{кл}}$  – число правильно классифицированных объектов,  $N$  – общее число объектов,  $N_{\text{ус}}$  – число объектов, удовлетворяющих поставленному условию.

Индекс Gini представляет вероятность того, что случайным образом выбранные объекты в одном узле относятся к одному классу и определяется как сумма квадратов долей классов в узле. При информационном подходе необходимо определить значение энтропии в зависимости от долей классов в узле. Если все классы присутствуют в узле с равной вероятностью, то энтропия максимальна. 
$$\text{Info}(Q) = - \sum_{j=1}^k p_j \log_2 p_j$$

Пусть в некотором узле дерева решений  $S$  содержится множество  $Q$ , которое состоит из  $N$  объектов. В результате разбиения  $S$  были созданы  $k$  потомков  $Q_1, Q_2, \dots, Q_k$ , каждый из которых содержит число записей  $N_1, N_2, \dots, N_k$ . Для потомков пусть будет рассчитана энтропия -  $\text{Info}(Q_j)$ . Тогда общая энтропия  $S$  составит:

$$Info(S) = \frac{N_1}{N} Info(Q_1) + \frac{N_2}{N} Info(Q_2) + \dots + \frac{N_k}{N} Info(Q_k) = \sum_{i=1}^k \frac{N_i}{N} Info(Q_i)$$

Для построения деревьев решений одним из проблемных вопросов является порядок выбора атрибутов. Для выбора порядка атрибутов воспользуемся алгоритмом ID3. В соответствии с этим алгоритмом необходимо использовать критерий, называемый приростом информации или уменьшением энтропии. Мера прироста информации задается следующим образом:

$$Gain(S) = Info(Q) - Info_S(Q),$$

где  $Info(Q)$  – энтропия множества  $Q$  до разбиения;

$Info_S(Q)$  – энтропия после разбиения  $S$ .

Наилучшим является тот атрибут, который дает наибольший прирост информации  $Gain(S)$ .

Допустим имеем подготовленный исходный файл с атрибутами:

Кредитный\_риск (Код\_клиента, Возраст, Доход, Имущество, Образование, КредРиск ). Введенный файл будет воспроизведен в среде Deductor в виде таблицы (Рисунок 2).

Код	Возраст	Доход	Имущество	Образование	КредРиск
1	47	85	1	0	низ
2	51	91	1	1	низ
3	31	40	0	1	низ
4	54	8	0	0	выс
5	37	54	0	0	низ
6	48	51	1	1	низ
7	72	96	0	0	выс
8	23	98	0	1	выс
9	71	0	1	0	выс
10	68	25	1	0	выс
11	75	94	1	1	выс
12	26	7	0	0	выс
13	54	68	1	0	низ
14	62	79	0	0	низ
15	34	99	1	1	низ
16	49	97	0	1	низ
17	69	58	1	1	выс
18	70	44	1	1	выс
19	57	66	1	0	низ

Рис.2. Таблица «Кредитный риск»

На Рисунке 3. показана зависимость кредитного риска в виде дерева решений

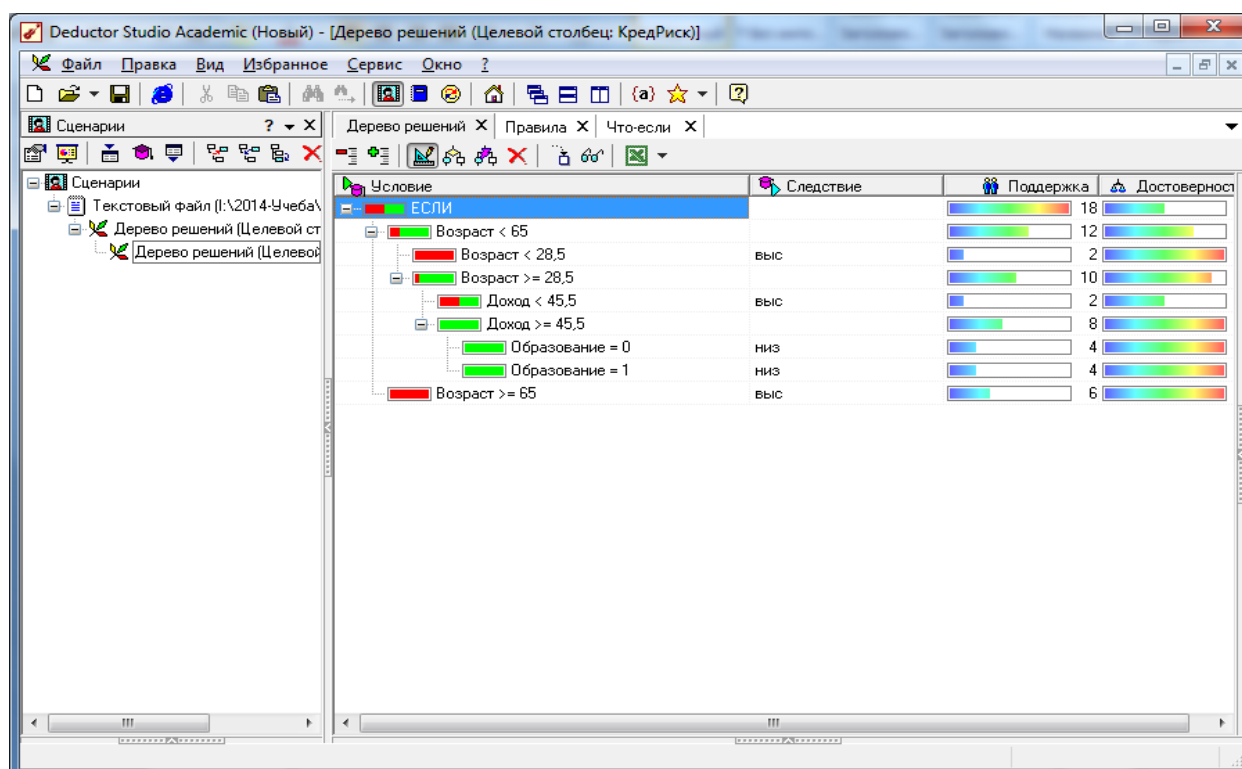


Рис.3. Дерево решений с визуализацией «Что-если»

Видно, что наибольшей поддержкой обладают возраст и доход. Образование является малозначимым атрибутом. Пример показал простоту и удобство решения задач классификации в рассмотренной среде. Аналогично могут быть решены и другие задачи Data Mining.

Таким образом, мастер аналитической платформы Deductor может быть использован для самых различных задач анализа данных.

#### Список литературы

1. Data Mining for Business Application / Edited by L. Cao, Philip S. Yu, C. Zhang, H.Zhang. – Springer Science; Business Media, 2008
2. Ризаев И.С. Интеллектуальный анализ данных для поддержки принятия решений / И.С.Ризаев, Я.Рахал – Казань: Изд-во МОиН РТ, 2011 – с. 172
3. Кирпичников А.П. Повышение аналитических возможностей баз данных. / А.П.Кирпичников, А.Л.Осипова, И.С.Ризаев. Журнал Вестник Казанского Технологического ун-та, т.15, №3, 2012. – с.157-160.
4. <http://www.basegroup.ru/download/deductor.pdf>

## ГЕОЛОГИЯ

### СЕКЦИЯ №88.

### РАЗВИТИЕ ГЕОЛОГИИ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ

## ПЛАН КОНФЕРЕНЦИЙ НА 2015 ГОД

### Январь 2015г.

II Международная научно-практическая конференция «**Актуальные вопросы естественных и математических наук в современных условиях развития страны**», г.Санкт-Петербург

Прием статей для публикации: до 1 января 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 февраля 2015г.

### Февраль 2015г.

II Международная научно-практическая конференция «**Актуальные проблемы естественных и математических наук в России и за рубежом**», г.Новосибирск

Прием статей для публикации: до 1 февраля 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 марта 2015г.

### Март 2015г.

II Международная научно-практическая конференция «**Актуальные вопросы современных математических и естественных наук**», г.Екатеринбург

Прием статей для публикации: до 1 марта 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 апреля 2015г.

### Апрель 2015г.

II Международная научно-практическая конференция «**Актуальные проблемы и достижения в естественных и математических науках**», г.Самара

Прием статей для публикации: до 1 апреля 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 мая 2015г.

### Май 2015г.

II Международная научно-практическая конференция «**Актуальные вопросы и перспективы развития математических и естественных наук**», г.Омск

Прием статей для публикации: до 1 мая 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 июня 2015г.

### Июнь 2015г.

II Международная научно-практическая конференция «**Современные проблемы математических и естественных наук в мире**», г.Казань

Прием статей для публикации: до 1 июня 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 июля 2015г.

### Июль 2015г.

II Международная научно-практическая конференция «**О вопросах и проблемах современных математических и естественных наук**», г.Челябинск

Прием статей для публикации: до 1 июля 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 августа 2015г.

### Август 2015г.

II Международная научно-практическая конференция «**Информационные технологии естественных и математических наук**», г.Ростов-на-Дону

Прием статей для публикации: до 1 августа 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 сентября 2015г.

### Сентябрь 2015г.

II Международная научно-практическая конференция «**Естественные и математические науки в современном мире**», г.Уфа

Прием статей для публикации: до 1 сентября 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 октября 2015г.

### Октябрь 2015г.

II Международная научно-практическая конференция «**Основные проблемы естественных и математических наук**», г.Волгоград

Прием статей для публикации: до 1 октября 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 ноября 2015г.

**Ноябрь 2015г.**

II Международная научно-практическая конференция «Естественные и математические науки: вопросы и тенденции развития», г.Красноярск

Прием статей для публикации: до 1 ноября 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 декабря 2015г.

**Декабрь 2015г.**

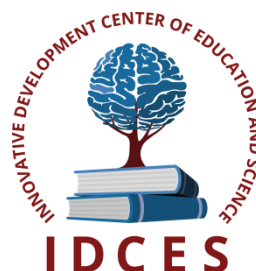
II Международная научно-практическая конференция «Перспективы развития современных математических и естественных наук», г.Воронеж

Прием статей для публикации: до 1 декабря 2015г.

Дата издания и рассылки сборника об итогах конференции: до 1 января 2016г.

С более подробной информацией о международных научно-практических конференциях можно ознакомиться на официальном сайте Инновационного центра развития образования и науки [www.izron.ru](http://www.izron.ru) (раздел «Естественные и математические науки»).

**ИННОВАЦИОННЫЙ ЦЕНТР РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**  
**INNOVATIVE DEVELOPMENT CENTER OF EDUCATION AND SCIENCE**



## **АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ СОВРЕМЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК**

### **Выпуск II**

**Сборник научных трудов по итогам  
международной научно-практической конференции  
(12 марта 2015г.)**

**г. Екатеринбург  
2015 г.**

Печатается в авторской редакции  
Компьютерная верстка авторская

Подписано в печать 13.03.2015.  
Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 6,24.  
Тираж 250 экз. Заказ № 101.

Отпечатано по заказу ИЦРОН в ООО «Ареал»  
603000, г. Нижний Новгород, ул. Студеная, д. 58